참고자료 2000-01

最適制御模型을 利用한 適定化 實驗

鄭 宇 鎭
李 蓮 喜

韓國保健社會硏究院

목 차

Ⅰ. 최적제어이론의 이해

1. 최적제어이론의 개요

○ 우리에게 어떤 상태(state)가 주어졌을 때 그 상태를 결정하는 변수는 우리가 전혀 조절할 수 없다고 생각되는 순수한 외생변수, 조절이 가능한 조절변수 혹은 정책변수, 상태 그 자체를 나타내는 동태변수 혹은 내생변수로 구분될 수 있음.

○ 그리고 이러한 모든 변수간의 유기적인 상호의존관계를 시스템(system)이라 부르는데 최적제어이론(optimal control theory)은 주어진 시스템하에서 조절가능한 조절변수 혹은 정책변수(control or policy variable)를 최적으로 조절하여 그 시스템을 보다 바람직한 상태로 유도하는 방법을 찾는 이론이라 할 수 있음.

○ 경제학에서 최적제어이론은 기업경영, 경제개발계획 등 광범위한 분야에 활용되고 있으나 특히 어떤 외부적 충격으로 인해 경제가 바람직하지 못한 상태에 빠졌을 때 정책당국이 경제구조의 동태성과 경제변수간의 상호의존관계를 고려하여 재정지출, 통화량 등 정책변수를 조절함으로써 소득, 물가 등의 내생변수를 소망스러운 상태로 유도하고자 하는 목표를 달성하기 위한 거시경제정책에 많이 활용되고 있음[1].

○ 최적제어기법은 정책시뮬레이션 방법 보다 진일보한 방법으로 정

---

1) 경제제어이론과 응용을 논한 저서로는 Simon(1956), Theil(1957), Chow(1975), Aoki(1976), Fair(1976), Turnovsky and Pitchford(1976), Kendrick(1981) 등이 있음.

책당국이 중요하다고 생각하는 목표변수를 사전에 설정, 모형에 도입하고 이를 달성하기 위하여 정책수단변수를 매기마다 어떻게 조절하는 것이 적절한가 하는 정책변수의 최적시간경로(optimum time path)를 찾아내는 방법임.

- 목표변수와 정책변수간의 동태적인 피드백관계 및 각 변수간의 시차관계를 고려할 수 있음.
- 정책당국이 개별 목표변수와 정책목표에 대한 선호도를 반영할 수 있음.

《비교》 경제구조방정식을 이용한 정책시뮬레이션방법

- 정책시뮬레이션방법을 통해서도 통화량, 재정지출 등 정책변수 또는 외생변수에 변화를 주었을 때 국민소득, 물가 등 내생변수가 어떻게 변하는가를 관찰하고 그 결과에 따라 적절하다고 생각되는 정책변수의 값을 택할 수도 있음.
- 그러나 정책시뮬레이션방법은 사전에 임의로 정책변수의 값을 정해 구조모형에 대입한 후 그에 따른 내생변수의 변화를 예측, 분석하는 것으로 내생변수로부터 정책변수로의 피드백효과는 고려할 수 없음.

《예》 적정 통화공급량 결정문제[2)]

① 화폐수량설에 의한 거래방정식 이용방법: 경제성장률의 목표치와 불가피한 물가상승율을 합하고 통화유통속도변동량을 감안하여 목표통화증가량을 결정함.

② 경제구조방정식 이용방법: 통상적인 시뮬레이션방법으로 여러 가

---

2) 한국은행(1985) 참조

지 통화량을 구조모형에 대입하여 GNP나 물가와 같은 주요목표 변수의 값을 구하고 정책당국이 가장 소망스럽다고 생각하는 소득과 물가의 조합에 상응하는 통화량을 목표통화량으로 결정

③ 최적제어이론에 의한 동태적 최적화 활용방법: 시스템내에서 정책당국이 미리 정해놓은 GNP성장률이나 물가상승율 등 정책목표에 따라 최적통화량을 결정할 수 있으며, GNP, 물가 등 경제변수의 상호의존관계나 시차관계 뿐아니라 목표변수와 정책변수간에 존재하는 피드백관계도 고려할 수 있음.

2. 최적제어모형의 기본구조

○ 최적제어모형은 경제구조의 불확실성과 경제구조측정상의 불확실성(uncertainty) 등을 모형에 도입하는 확률적(stochastic) 모형과 이러한 불확실성을 감안하지 않는 확정적(deterministic)모형으로 나누어지는 데 본 연구에서는 주로 확정적 모형을 중심으로 최적제어모형의 기본구조에 관하여 살펴보고 이후 확률적모형을 간단히 소개하기로 함.

○ 주어진 경제구조하에서 정책당국의 정책의도에 따라 정책변수를 최적으로 조절하는 것을 내용으로 하는 최적제어모형은 목표변수와 정책변수의 목표치 또는 소망치로 부터의 괴리를 최소화하는 것을 내용으로 하는 목표함수식(1)[3], 경제구조방정식으로 표시되는 제약식

3) 목표함수는 흔히 손실함수(cost functional; loss function)이라고 불리움. 손실함수는 목표함수가 정책목표변수인 내생변수와 정책수단변수인 조절변수의 바람직한 시간경로로부터 괴리 될 때 동 괴리 즉 손실을 자승한 것의 가중합계로 표시됨. 최적제어이론에서는 다양한 형태의 목적함수가 사용되고 있는데(Friedman, 1975; Chow, 1975; Fair, 1976) 계량경제모형이 현실경제를 나타낸다면 목적함수는 목표변수와 정책모형에 대한 정책당국의 선호도(preference)를 나타냄.

(2) 및 내생변수의 초기조건식(3) 등 3가지 식으로 구성됨.

- 일반적으로 목적함수는 2차이고 제약식은 모형인 트랙킹모형 (quadratic-linear tracking model)이 많이 사용되고 있음[4)5)6)]

$$J=\frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T}[(x_t-x_t*)'Q(x_t-x_t*)+(u_t-u_t*)'R(u_t-u_t*)] \quad (1)$$

$$x_{t+1}=Ax_t+Bu_t+Cz_t \quad (2)$$

$$x_0=k \quad (3)$$

- 여기서 x_t는 t시점의 상태를 나타내는 내생함수, u_t는 t시점의 정책변수, z_t는 정책당국이 조절할 수 없는 외생변수를 나타내며 A, B, C는 각기 거시경제모형의 계수행렬을 표시함.
- x_0는 내생변수의 초기조건을 나타내며, x_t*와 u_t*는 내생변수와 정책수단변수의 목표치 또는 바람직한 시간경로(desired or ideal path)를 나타냄.

---

4) Pindyck(1973), Chow(1975), Pindyck and Roberts(1974), 그리고 Roberts and Margolis(1974) 참조.

5) Kendrick(1981)은 quadratic linear model을 자세히 설명하고 있음. 이러한 모형을 이용하여 적정화를 분석하는데 가장 용이한 방법은 Amman and Kendrick(1996)이 개발한 DUALLI 소프트웨어를 활용하는 것임. 보다 복잡한 모형은 TSP 소프트웨어를 사용하여 모형의 적합성을 검토하고 이후 Brooke, Kendrick and Meeraus(1992)가 개발한 GAMS 소프트웨어를 활용할 수 있음.

6) 실제 최적화를 실험할 때 모델의 input file이 적절한가 하는 것을 검토할 필요가 있다. dynamic simulation이 가능한 TSP를 활용하면 이것이 가능한 데 그 절차는 다음과 같다. 1단계에서는 경제구조방정식 모델을 추정하고 TSP로 dynamic simulation을 수행하여 상태변수의 추정치(simulated value)를 얻는다. 2단계에서는 GAMS에 상태변수의 목표과정(desired path)으로 앞서 구한 추정치를 대입하고 정책변수와 순수외생변수로는 과정치(historical value)를 대입한다. 또한 목적함수의 정책변수에 어떤 양의 penalty weight를 그리고 상태변수에는 비음수 penalty weight를 부여한다. 3단계에서는 GAMS로 최적화를 수행하고 모든 변수에 대한 적정과정(optimal path)이 각각의 목표과정(desired path)와 정확히 일치한가를 확인한다.

- 그리고 행렬 Q는 내생변수 x_t가 바람직한 시간경로 x_t*로부터 괴리될 때 부여하는 상대적인 가중치를 나타냄. 예를 들어 정책목표인 소득과 물가 가운데 물가에 더 많은 가중치를 부여한다는 것은 소득은 어느 정도 그 바람직한 시간경로로부터 벗어나는 것을 허락하더라도 물가는 가급적 정책당국이 희망하는 시간경로를 따라가도록 한다는 것을 의미함.
- 행렬 R은 정책수단변수 u_t가 바람직한 시간경로 u_t*로부터 괴리될 때 부여하는 상대적 가중치인데 정책수단에 가중치를 부여하는 것은 정책수단변수 역시 바람직한 시간경로부터 괴리될 때 사회적 비용이 있을 수 있다고 보기 때문임.
- 행렬 R과 관련하여 정책당국의 의도에 따라 정책수단간에 상이한 가중치를 부여할 수 있음.
  - 예를 들어 통화량은 바람직한 시간경로로부터 벗어나더라도 직접적인 조정비용(adjustment cost)은 크지 않은데 비해 재정지출이나 세율은 조절여지가 적을 뿐만 아니라 그것도 적절한 입법조치가 취해진 후에나 가능한 것이 일반적이므로 정부지출이나 세율이 바람직한 시간경로로부터 괴리되는 경우 조정비용이 크다고 볼 수 있음.
  - 이러한 상황에서는 정부지출이나 세율에 보다 큰 가중치를 부여하여 가급적 바람직한 시간경로를 따라가도록 하고 그 대신 통화량에는 적은 가중치를 주어 신축적인 정책변수로 활용하는 것도 한가지 방법이 될 수 있음.

○ 위의 모형구조에서 보는 바와 같이 최적제어문제는 주어진 제약조건인 경제구조방정식(2)과 초기조건(3)을 만족시키는 동시에 목적

함수(objective function)(1)[7]도 충족하는 정책변수의 최적시간경로 $[u_t]_{t=0}^{T-1}$를 찾아내는 것인데 정책변수의 최적시간경로를 찾는 방법에 관하여 구체적으로 살펴보면 아래와 같음.

○ 정책당국의 목적함수와 제약식인 경제구조방정식이 설정되면 정책변수의 조절방정식으로서 식(4)와 같은 최적피드백제어법칙(optimal feedback control rule)[8]이 도출될 수 있음.

$$u_t = G_t x_t + g_t \tag{4}$$

- 여기서 G_t와 g_t는 각각 최적제어모형의 파라메터인 Q, R, A, B, C 그리고 x_t*와 u_t*로 구성된 계수의 행렬과 벡터이다. 이러한 피드백제어법칙은 일반적으로 비선형이지만 목적함수가 2차이고 경제구조방정식이 선형일 경우에는 선형이 됨[9].

○ 식(4)의 피드백제어법칙은 일국 경제가 t시점에서 x_t의 상태에 있을 경우 정책당국이 바라는 상태로 유도하기 위한 최선의 정책은 벡터 u_t에 포함되어 있는 일련의 정책이라는 것으로 해석됨.

- 예를 들어 내생변수 x는 소득과 물가를 포함하고 정책수단변수 u_t는 정부지출이나 통화량을 포함한다고 가정할 경우 위의 피드

---

7) 2차 목적함수(quadratic cost function)형은 경제구조방정식이 선형일 경우 도출된 최적 피드백제어법칙이 선형이 된다는 장점이 있으나 목적함수를 이와 같이 규정할 경우 제어모형에서 도출되는 내생변수가 목표치를 초과(overshooting) 혹은 미달(undershooting)할 때 똑같은 가중치를 부여하는 결과가 초래되는 문제점이 있음. Friedman(1975)은 내생변수가 목표치를 괴리하는 방향에 따라 각각 다른 가중치를 부여하는 비대칭적 목적함수(asymmetric loss function)를 도입하였음(Friedman, 1975; Fair, 1976; Turnoysky, 1982)

8) 피드백(feedback)은 현행 정책결과가 장래의 정책을 결정하는데 다시 영향을 미친다는 것을 의미

9) 최적 피드백제어법칙을 도출하는 방법에는 dynamic programming과 maximum principle 방법이 있음(Pindyck, 1973; Kendrick, 1981)

백제어법칙은 t시점에서 소득과 물가가 x_t상태에 있을 때 이들을 바람직한 수준인 x_t^*로 유도하기 위하여 정부지출이나 통화량수준을 (4)의 u_t와 같이 조정해야 된다는 것을 의미함.

○ 이처럼 최적피드백제어법칙은 당기의 경제상황과 정책목표에 적합한 정책변수의 값을 구하는 식이지만 이를 식 (2)의 경제구조방적식, 식(3)의 내생변수에 대한 기초조건과 함께 이용하면 정책변수의 최적시간경로 $[u_t]_{t=0}^{T-1}$를 구할 수 있음.

- 먼저 식 (3)의 내생변수에 대한 초기조건 x_0를 사용하여 식 (4)의 최적피드백제어법칙에서 u_0를 계산하고 이를 식(2)의 경제모형에 대입하여 x_1를 계산하고 이를 식 (2)에 대입하여 x_2를 계산하게 되는데 이런 과정을 계속 반복함으로써 목표변수의 최적시간경로 $[x_t]_{t=1}^{T}$ 뿐만 아니라 정책변수의 최적시간경로 $[u_t]_{t=0}^{T-1}$도 구할 수 있게 됨.

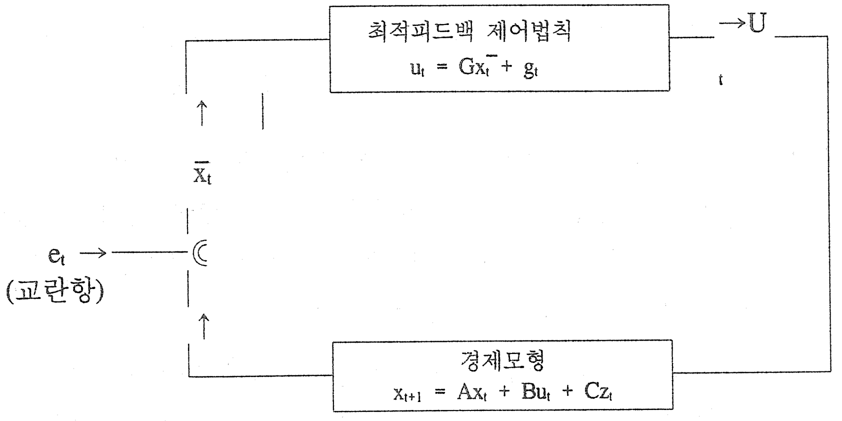
○ 한편 확률적 제어모형의 경우에는 불확실성이 어떠한 형태로 나타나는가에 따라 여러 가지 최적피드백 제어법칙을 도출 할 수 있으나 여기서는 설명의 편의를 위해 불확실성이 경제구조방정식에 부가적 교란항(additive disturbance terms)으로 나타나는 모형에서 폐쇄-룹(closed-loop)방식[10]에 의해 정책변수의 최적시간경로를 구하는 방법에 관해 살펴보기로 함[11].

---

10) 확률적 제어모형에는 정책당국이 당초에 결정된 정책변수의 시간경로를 최후의 경제상태변화와 무관하게 추구하는 open loop모형, 매기마다 새로운 정보가 이용가능하게 되면 이를 이용하지만 장래에 기대되는 정보는 이용하지 않는 open loop feedback모형, t기에 이용가능한 정보와 미래에 기대되는 정보를 모두 고려하는 closed loop모형 등이 있음(Chow, 1975 참조).

11) 이러한 부가적 교란항(additive disturbance terms)을 가지는 확률적 제어모형에서는 교란항 이외의 모든 변수는 확정적이라 가정하고 확률적 교란항에 대하여 기대치를 취함으로써 확정적 모형과 동일한 방법으로 해를 구함. 즉 목적함수가 2차

【폐쇄-룹제어(closed-loop control)】



○ 내생변수 x_t가 전계획기간에 걸쳐 정확하게 예측된다고 가정하는 확정적 모형과는 달리 확률적 모형에서는 경제구조방정식에 교란항이라는 확률적 요소가 내재되어 있으므로 정책변수와 목표변수의 최적시간경로도 매기마다 수정되지 않으면 안됨.

- 이들의 수행과정을 상기그림에서 보면 초기함수 x_0를 사용하여 최적피드백제어법칙으로부터 u_0를 구함.
- 이를 경제모형에 대입하여 x_1을 계산한 후 x_1에 새로운 정보를 나타내는 교란항 e_1을 더하여 $\overline{x_1}$을 구하고 이를 다시 최적피드백제어법칙에 대입하여 u_1을 계산함.
- 다음 기에 u_1을 경제모형에 대입하여 x_2를 계산한 후 x_2에 교란항 e_2를적용하여 $\overline{x_2}$를 구하는 등의 과정을 반복함.

이고 시스템 방정식이 선형이면 certainty-equivalence조건이 만족되므로 certainty-equivalence원리를 적용할 수 있음. 한편 목적함수가 2차가 아니고 또 시스템이 선형이 아닌 일반적인 경우 근사방법(approximation method)이 사용될 수 있음(Ashley, 1976; Athans, 1972)

Ⅱ. 최적제어모형의 적용 실례 1

미국경제(23사분기, 1982:2-1986:4)에서 경제의 불안정 요소를 최소화하고 안정적으로 경제성장을 달성하기 위한 목적함수를 설정하고 최적제어분석에 적합한 소형경제구조방정식 설정12)

1. 최적제어모형의 설정

가. 목적함수의 설정

○ 최적제어모형은 앞의 식 (1)-(3)에서 정의된 2차 목적함수와 경제구조방정식 및 초기조건식으로 구성하되 통상적인 2차-선형트랙킹 모형(quadratic-linear tracking model)을 사용

○ 불확실성을 도입하지 않은 확정형 모형(deterministic model) 사용

○ 목적함수는 목표행로(desired path)와 가중치 matrix로 구성

○ 목표행로는 정책결정자의 선호에 의해 결정되지만 모형실험을 위하여 일정하게 가정

- 상태변수의 목표치는 경제구조방정식의 simulation 결과
- 정책변수는 과거정책시행수치

○ 가중치 matrix: 정책입안자의 정책선호반영

- 가중치 설정에는 규모효과(scale effect)와 승수효과(multiplier

---

12) Park(1997)의 내용을 요약정리함.

effect)가 조정되도록 배려

- 그러나 일반적으로 중요시되는 정책목표에 해당하는 상태변수에 더 큰 가중치를 부여함. 예로 통화정책과 재정정책의 혼합정책(policy mix) 고려시 통화정책의 효과를 분석하기 위해서는 정부지출변수에 가중치를 크게 주어 내내 가급적 목표행로를 따라가도록 조처
  ※ 주어진 모형에서 가중치를 도출하는 방법개발(Modigliani and Parademos)

나. 경제구조방정식의 설정

○ 13-방정식체계: 8개의 방정식과 5개의 항등식
○ 정책변수는 정부지출(CG), 순조세(NTAX), 전기의 화폐공급변화율(%)($PCM1_{-1}$)

1) 가계부문

① 서비스재의 소비(CS)

$$CS = -4.1154 + 0.9582\,CS_{-1} + 0.02767\,YD - 0.8526\,RS$$

Adjusted R^2= 0.9998, DW=1.94

여기서 YD는 가처분소득, RS는 단기이자율

② 비내구재의 소비(CN)

$$CN = 20.3160 + 0.8699\,CN_{-1} + 0.3469\,YD - 0.9528\,RS_{-1}$$

Adjusted R^2= 0.9993, DW=2.03

③ 내구재의 소비(CD)

$$CD = -12.5277 + 0.7888\,CD_{-1} + 0.0378\,YD - 2.3773\,RM_{-1}$$

Adjusted R^2= 0.9932, DW=2.09

여기서 RM은 장기이자율

④ 주택의 소비(IHH)

$$IHH = 31.6793 + 0.5231\,IHH_{-1} + 0.04044\,YD - 5.3279\,RM_{-1}$$

Adjusted R^2= 0.9820, DW=2.13

2) 기업부문

① 실질생산액

$$Y = -447.8738 + 0.1390\,Y_{-1} + 1.0117\,X - 0.1648\,V_{-1}$$

Adjusted R^2= 0.9997, DW=2.18

여기서 X는 실질총판매액, V는 전기의 재고액(inventory stock)

② 기업투자(주택부문제외)

$$\begin{aligned} IKF = {} & -84.7122 + 0.3221\,IKF_{-1} + 0.2150\,IKF_{-2} \\ & - 0.0118\,KK_{-1} + 0.1268\,Y \end{aligned}$$

Adjusted R^2= 0.9979, DW=2.21

여기서 KK_{-1}는 전기의 실질자본저량(real capital stock)

3) 장기이자율

$$RM = 0.3737 + 0.8447\,RM_{-1} + 0.3891\,RS - 0.2189\,RS_{-1}$$

Adjusted R^2= 0.9875, DW=1.95

4) 단기이자율

$$\begin{aligned} RS = {} & -0.06818 + 0.8794\,RS_{-1} + 0.008840\,GNPR \\ & - 0.008711\,GNPR_{-1} + 0.02757\,PCM1_{-1} + 0.1389\,DUMM1_{-1} \end{aligned}$$

Adjusted R^2= 0.9452, DW=1.88

여기서 GNPR은 실질GNP, $PCM1_{-1}$은 전기의 화폐M1 변화율(%), $DUMM1_{-1}$은 화폐정책변화를 중심으로 한 기간dummy변수

5) 실질 총판매액

$$X = CS + CN + CD + IHH + IKF + CG + Q_1$$

여기서 CG는 정부지출, Q_1은 보정변수

6) 재고액

$$V = V_{-1} + Y - X$$

7) 실질 GNP

$$GNPR = Y + Q_2$$

여기서 CG는 정부지출, Q_2은 보정변수

8) 자본

$$KK = (1 - \delta) KK_{-1} + IKF$$

여기서 δ는 감가상각율

9) 가처분소득

$$YD = GNPR - NTAX + Q_3$$

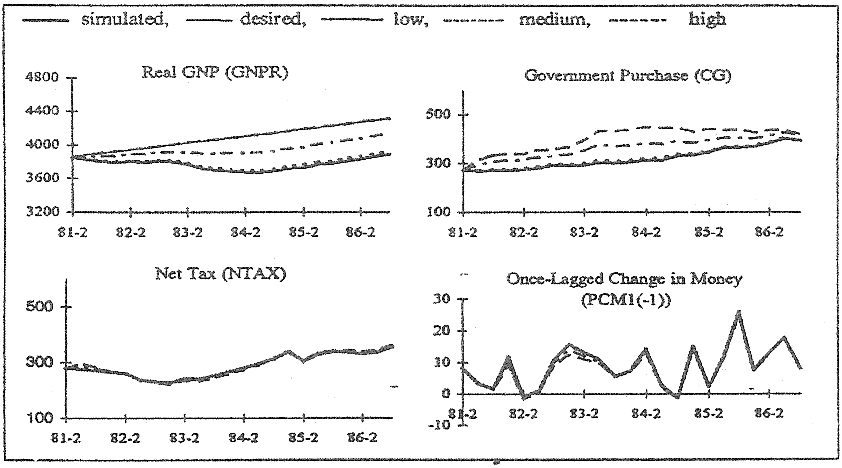
여기서 NTAX는 순조세, Q_3은 보정변수

2. 동태적 최적화실험 결과

○ 정책목표행로(desired path): 안정되고 지속적인 경제성장 즉, 매년 실질 GNP(GNPR)가 2%씩 일정하게 증가

○ 정책수단: 정책변수 정부지출(CG), 순조세(NTAX), 화폐공급변화율(%)($PCM1_{-1}$)를 조정

(1) 실험 1: 정책입안자가 조세정책과 통화정책보다는 재정지출(CG) 조절정책을 선호하는 경우

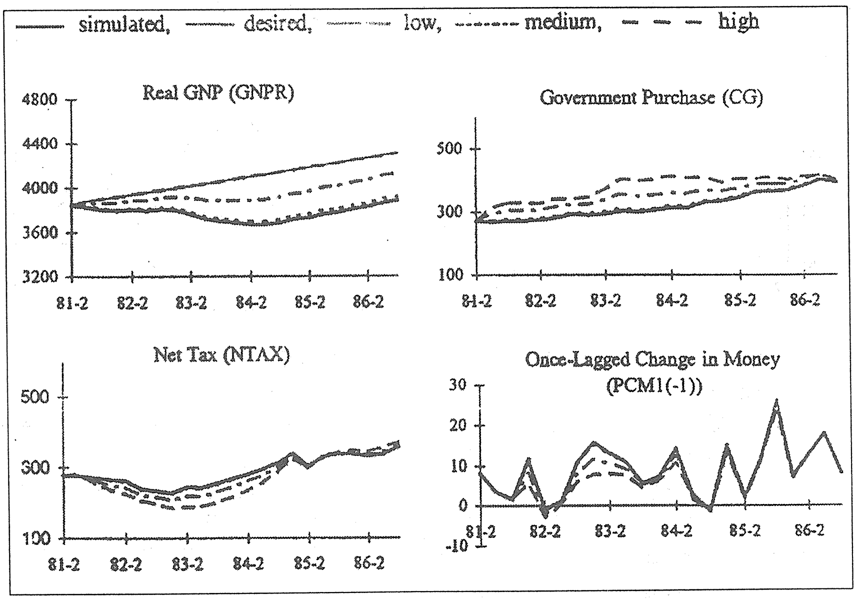


註: simulated: 과거 시행된 정책결과 즉, historical path
desired: 정책목표행로
low: 이탈된 GNPR에 대한 loss penalty가 상대적으로 적음. 즉, 정부가 목표 달성을 위해 상대적으로 덜 강력한 정책을 시행
medium: 이탈된 GNPR에 대한 loss penalty가 상대적으로 중간수준. 즉, 정부가 상대적으로 중간수준의 강도로 정책을 시행
high: 이탈된 GNPR에 대한 loss penalty가 상대적으로 높은 수준. 즉, 정부가 강력하게 정책을 시행

○ 정부가 보다 강력하게 매년 실질 GNP(GNPR)가 2%씩 일정하게 증가하는 정책을 시행하였다면 다음과 같은 여러 정책수단을 통해 동 목표는 달성될 수 있었음.

- 정부지출수준: 과거정책시보다 증가하는 정책을 시행하는 것이 바람직하였는 바, 특히 1984년 2/4분기를 전후로 해서 정부지출은 크게 증가되어야 했음.
- 순조세수준: 전반적으로 과거정책보다 다소 감소하는 정책이 바람직하였음.
- 통화량수준: 통화량의 증가량이 1983년 2/4분기를 전후로 다소 감소하는 정책이 바람직하였음.

(2) 실험 2: 정책입안자가 **조세정책, 통화정책, 재정지출(CG)조절정책**을 **혼합적으로 시행**하는 것을 선호하는 경우(policy mix)



○ 정부가 보다 강력하게 매년 실질 GNP(GNPR)가 2%씩 일정하게 증가하는 정책을 시행하였다면 다음과 같은 여러 정책수단을 통해 동 목표는 달성될 수 있었음.

- 정부지출수준: 과거정책시보다 증가하는 정책을 시행하는 것이 바람직하였는 바, 특히 1983년 4/4분기를 전후로 해서 정부지출은 크게 증가되어야 했음.
- 순조세수준: 1985년 2/4분기까지는 과거정책보다 다소 낮은 순조세수준을 그리고 이후부터는 다소 높은 순조세수준을 유지하는 정책이 바람직하였음.
- 통화량수준: 통화량의 증가량이 1981년 1/4분기에서 1984년 2/4분기까지 다소 감소하는 정책이 바람직하였음.

○ 정책입안자가 정부지출조절정책을 선호하는 경우에 비해 혼합정책을 선호하는 경우 정책변수의 증감이 두드러진다는 점을 알 수 있음.

3. 관련 program

가. TSP

TSP Program for Estimation

```
options crt;
in 'dsa';
list ivar1 c cs(-1) cn(-1) cd(-1) ihh(-1) y(-1) ikf(-1) ikf(-2) rm(-1)
rs(-1)
          v(-1) gnpr(-1) kk(-1) cg ntax pcm1(-1) dumm1(-1) q1 q2 q3;
list ivar2 c cs(-1) cs(-2) cn(-1) cn(-2) cd(-1) cd(-2) ihh(-1) ihh(-2)
          y(-1) y(-2) ikf(-1) ikf(-2) ikf(-3) rm(-1) rm(-2) rs(-1) rs(-
2)
          v(-1) gnpr(-1) gnpr(-2) kk(-1) kk(-2) cg cg(-1)
          ntax ntax(-1) pcm1(-1) pcm1(-2) dumm1(-1) dumm1(-2) q1 q1(-1)
          q2 q3 q3(-1) ;

q1=x-cs-cn-cd-ihh-ikf-cg;
q2=gnpr-y;
pcm1=100*((m1/m1(-1))**4-1);
ntax= tax - tr;
q3=yd-gnpr + ntax;
dumm1=0.0; smpl 79:4 82:3; dumm1=pcm1; smpl 54:1 89:4;

2sls(inst=ivar1) cs c cs(-1) yd rs;
form(print) eqcs;

ar1(nofair,method=hilu,inst=ivar2) cn c cn(-1) yd rs(-1);
form(print) eqcn;

2sls(inst=ivar1) cd c cd(-1) yd rm(-1);
form(print) eqcd;

ar1(nofair,method=hilu,inst=ivar2) ihh c ihh(-1) yd rm(-1);
form(print) eqihh;

ar1(nofair,method=hilu,inst=ivar2) y c y(-1) x v(-1);
form(print) eqy;

ar1(nofair,method=hilu,inst=ivar2) ikf c ikf(-1) ikf(-2) kk(-1) y ;
form(print) eqikf;

2sls(inst=ivar1)  rm c rm(-1) rs rs(-1) ;
form(print) eqrm;

ar1(nofair,method=hilu,inst=ivar2) rs c rs(-1) gnpr gnpr(-1) pcm1(-1)
dumm1(-1);
form(print) eqrs;

smpl 54:1 89:4;
dot cs cn cd ihh y ikf rs rm x v gnpr kk yd cg ntax pcm1;
  .o=.;
  .b=.;
  .a=.;
  enddot;
```

```
ident idx x=cs + cn + cd + ihh + ikf + cg + q1;
ident idv v= v(-1) + y - x;
ident idgnpr gnpr= y + q2;
ident idkk kk=.9769*kk(-1) + ikf;
ident idyd yd=gnpr -ntax +q3;

list fair eqcs eqcn eqcd eqihh eqy eqikf eqrm eqrs idx idv idgnpr idkk
idyd;
list fendog cs cn cd ihh y ikf rm rs x v gnpr kk yd;
model fair fendog fairc;

smpl 81:3 86:4;
solve(dynam,tag=b) fairc;
smpl 54:1 89:4;


cgb=cg;
ntaxb=ntax;
pcm1pb=100*( 0.02757 * pcm1(-1) - 0.3 * 0.02757 * pcm1(-2));
dumm1p=0.1389* dumm1(-1) - 0.3*0.1389 * dumm1(-2);

cg= cg + .1*abs(cg);
ntax= ntax  - .1 * abs(ntax);
pcm1 = pcm1 - .1* abs(pcm1);

smpl 81:3 86:4;
solve(dynam,tag=a) fairc;
smpl 54:1 89:4;

cga=cg;
ntaxa=ntax;
pcm1pa= 100* (0.02757 * pcm1(-1) - 0.008271 * pcm1(-2));

dot cs cn cd ihh y ikf rm rs x v gnpr kk yd cg ntax pcm1p;
  smpl 81:3 86:4;
  w.= (gnpra(81:3)-gnprb(81:3))**2 / (.a-.b)**2;
  smpl 81:1 81:2;
  w.=w.(81:3);
  enddot;
  smpl 54:1 89:4;

cn1b=cnb(-1);  ihh1b=ihhb(-1); y1b= yb(-1); ikf1b=ikfb(-1);
ikf2b=ikfb(-2); rm1b=rmb(-1); rs1b=rsb(-1); v1b=vb(-1);
gnpr1b=gnprb(-1); kk1b=kkb(-1);
dot cn1 ihh1 y1 ikf1 ikf2 rm1 rs1 v1 gnpr1 kk1;
   w.=0.0;
   enddot;

smpl 81:1 86:4;
write(file='zs.dat') c dumm1p q1 q2 q3;
write(file='ws1.dat') wcs wcn wcd wihh wy;
write(file='ws2.dat') wikf wrm wrs wx wv;
write(file='ws3.dat') wgnpr wkk wyd wcn1 wihh1;
write(file='ws4.dat') wy1 wikf1 wikf2 wrm1 wrs1;
write(file='ws5.dat') wv1 wgnpr1 wkk1;
write(file='ws6.dat') wcg wntax wpcm1p;

write(file='xu1.dat') csb cnb cdb ihhb yb;
write(file='xu2.dat') ikfb rmb rsb xb vb ;
```

```
write(file='xu3.dat') gnprb kkb ydb cn1b ihh1b;
write(file='xu4.dat') y1b ikf1b ikf2b rm1b rs1b;
write(file='xu5.dat') v1b gnpr1b kk1b;
write(file='xu6.dat') cgb ntaxb pcm1pb;
```

나. GAMS

```
$include "xu1.inc"
$include "xu2.inc"
$include "xu3.inc"
$include "xu4.inc"
$include "xu5.inc"
$include "xu6.inc"

PARAMETERS
 A0(s,sp)
 A1(s,sp)
 B1(s,c)
 C1(s,z)
 PSZ(SZ)
 PPGC(pgc)
 PPC(pc)
 ;
 A0(s,sp)=0.0; A1(s,sp)=0.0;
 B1(s,c)=0.0; C1(s,z)=0.0;
 PSZ(sz)=0.0;
 PPGC(pgc)=0.0;
 PPC(pc)=0.0;

*** number of state variables ****
 PSZ("1")=23;
*** number of control variables ****
 PSZ("2")=3;
*** number of exogeneous variables ****
 PSZ("3")=5;
*** value of N ********
 PSZ("4")=22;
*** regulator problem ****
 PSZ("6")=1;
*** number of print control parameters =20 ***
 PSZ("8")=20;
*** number of input columns *****
 PSZ("9")=5;
*** number of program controls = 10 ****
 PSZ("12")=10;
*** use 1 for IA form and 0 for I form ****
 PPGC("1")=1;
*** use 1 if zs are time varying and 0 if not ****
 PPGC("3")=1;
*** use 1 if want to print a,b,c d ws,lams,x0,xtws,utws ****
 PPC("1")=1;
*** use 1 if want to print xs ans us ****
 PPC("8")=1;

**** Coefficients of System Equations *****

 c1("cs","cnst")= -4.1154; a1("cs","cs")=0.9582; a0("cs","yd")=0.02767;
 a0("cs","rs")=-0.8526;

 c1('cn','cnst') = 29.3160 - 29.3160 * 0.3;
 a1('cn','cn') = 0.8699 + 0.3;  a1('cn','cn1') = -0.8699 * 0.3;
 a0('cn','yd') = 0.03469; a1('cn','yd') = -0.03469 * 0.3;
 a1('cn','rs') = -0.9528; a1('cn','rs1') = 0.9528 * 0.3;

 c1("cd","cnst")=-12.5277; a1("cd","cd")=0.7888; a0("cd","yd")=0.03781;
 a1("cd","rm")=-2.3773;
```

```
c1('ihh','cnst')=31.6793-31.6793*0.8;
a1('ihh','ihh') = 0.5231 + 0.8 ; a1('ihh','ihh1') = -0.5231 * 0.8;
a0('ihh','yd') = 0.04044;  a1('ihh','yd') = -0.04044 * 0.8;
a1('ihh','rm') = -5.3279;  a1('ihh','rm1') = 5.3279 * 0.8;

c1("y","cnst")=-447.8738 + 447.8738 * 0.5;
a1('y','y') = 0.1390 + 0.5; a1('y','y1') = -0.1390 * 0.5;
a0('y','x')= 1.0117; a1('y','x') = -1.0117 * 0.5;
a1('y','v') = -0.1648; a1('y','v1') = 0.1648 * 0.5;

c1('ikf','cnst') = -84.7122 + 0.9 * 84.7122;
a1('ikf','ikf') = 0.3221 + 0.9;
a1('ikf','ikf1') = 0.2150 - 0.9 * 0.3221;
a1('ikf','ikf2') = -0.2150 * 0.9;
a1('ikf','kk') = -0.01185;
a1('ikf','kk1')= 0.01185* 0.9;
a0('ikf','y') = 0.1268; a1('ikf','y') = -0.1268 * 0.9;

c1("rm","cnst")=0.3737; a1("rm","rm")=0.8447;
a0("rm","rs")=0.3891; a1("rm","rs")=-0.2189;

c1('rs','cnst') = -0.06818 + 0.3 * 0.06818;
a1('rs','rs') = 0.8794 + 0.3; a1('rs','rs1') = -0.8794 * 0.3;
a0('rs','gnpr') = 0.008840;
a1('rs','gnpr') = -0.008711 -0.008840 * 0.3;
a1('rs','gnpr1') = 0.008711 * 0.3;
b1('rs','pcm1p') = 0.01;
c1('rs','dumm1p') = 1.0;

a0("x","cs")=1.0; a0("x","cn")=1.0; a0("x","cd")=1.0;
a0("x","ihh")=1.0; a0("x","ikf")=1.0; b1("x","cg")=1.0;
c1("x","q1")=1.0;

a1("v","v")=1.0;  a0("v","y")=1.0; a0("v","x")=-1.0;

a0("gnpr","y")=1.0; c1("gnpr","q2")=1.0;

a1("kk","kk")=0.9769; a0("kk","ikf")=1.0;

a0("yd","gnpr")=1.0; b1("yd","ntax")=-1.0; c1("yd","q3")=1.0;

a1("cn1","cn")=1.0; a1("ihh1","ihh")=1.0; a1("y1","y")=1.0;
a1("ikf1","ikf")=1.0; a1("ikf2","ikf1")=1.0; a1("rm1","rm")=1.0;
a1("rs1","rs")=1.0; a1("v1","v")=1.0; a1("gnpr1","gnpr")=1.0;
a1("kk1","kk")=1.0;

VARIABLES
 X(T,S) state variables
 U(T,C) control variables
 J criterion value

EQUATIONS
 OBJ
 EQCS(T,*)
 EQCN(T,*)
 EQCD(T,*)
 EQIHH(T,*)
 EQY(T,*)
```

```
 EQIKF(T,*)
 EQRM(T,*)
 EQRS(T,*)
 EQX(T,*)
 EQV(T,*)
 EQGNPR(T,*)
 EQKK(T,*)
 EQYD(T,*)
 eqcn1(t,*)
 eqihh1(t,*)
 eqy1(t,*)
 eqikf1(t,*)
 eqikf2(t,*)
 eqrm1(t,*)
 eqrs1(t,*)
 eqv1(t,*)
 eqgnpr1(t,*)
 eqkk1(t,*)
 ;

obj .. j =e= sum( (t,s), 0.5 * ( x(t+2,s) - xdes(t+2,s) ) * ws(t+2,s) *
(
 x(t+2,s) - xdes(t+2,s) ) ) + sum( (t,c), 0.5 * ( u(t+2,c) - udes(t+2,c)
) *
 lams(t+2,c) * ( u(t+2,c) - udes(t+2,c) ) );

eqcs(t+2,'cs') ..
 x(t+2,'cs') =e= c1('cs','cnst') * zs(t+2,'cnst') + a1('cs','cs') *
 x(t+1,'cs') + a0('cs','yd') * x(t+2,'yd') + a0('cs','rs') *
 x(t+2,'rs');

eqcn(t+2,'cn') ..
 x(t+2,'cn') =e= c1('cn','cnst') * zs(t+2,'cnst') + a1('cn','cn') *
 x(t+1,'cn') + a1('cn','cn1') * x(t+1,'cn1') + a0('cn','yd') *
 x(t+2,'yd') + a1('cn','yd') * x(t+1,'yd') + a1('cn','rs') * x(t+1,'rs')
 + a1('cn','rs1') * x(t+1,'rs1');


eqcd(t+2,'cd') ..
 x(t+2,'cd') =e= c1('cd','cnst') * zs(t+2,'cnst') + a1('cd','cd') *
 x(t+1,'cd') + a0('cd','yd')* x(t+2,'yd') + a1('cd','rm') * x(t+1,'rm');

eqihh(t+2,'ihh') ..
 x(t+2,'ihh') =e= c1('ihh','cnst') * zs(t+2,'cnst') + a1('ihh','ihh') *
 x(t+1,'ihh') + a1('ihh','ihh1') * x(t+1,'ihh1') + a0('ihh','yd') *
 x(t+2,'yd') + a1('ihh','yd') * x(t+1,'yd') + a1('ihh','rm') *
 x(t+1,'rm') + a1('ihh','rm1') * x(t+1,'rm1');

eqy(t+2,'y') ..
 x(t+2,'y') =e= c1('y','cnst') * zs(t+2,'cnst') + a1('y','y') *
 x(t+1,'y') + a1('y','y1') * x(t+1,'y1') + a0('y','x') * x(t+2,'x') +
 a1('y','x') * x(t+1,'x') + a1('y','v') * x(t+1,'v') + a1('y','v1') *
 x(t+1,'v1');

eqikf(t+2,'ikf') ..
 x(t+2,'ikf') =e= c1('ikf','cnst') * zs(t+2,'cnst') + a1('ikf','ikf') *
 x(t+1,'ikf') + a1('ikf','ikf1') * x(t+1,'ikf1') + a1('ikf','ikf2') *
 x(t+1,'ikf2') + a1('ikf','kk') * x(t+1,'kk') + a1('ikf','kk1') *
 x(t+1,'kk1') + a0('ikf','y') * x(t+2,'y') + a1('ikf','y') *
```

```
c1('ihh','cnst')=31.6793-31.6793*0.8;
a1('ihh','ihh') = 0.5231 + 0.8 ; a1('ihh','ihh1') = -0.5231 * 0.8;
a0('ihh','yd') = 0.04044;  a1('ihh','yd') = -0.04044 * 0.8;
a1('ihh','rm') = -5.3279;  a1('ihh','rm1') = 5.3279 * 0.8;

c1("y","cnst")=-447.8738 + 447.8738 * 0.5;
a1('y','y') = 0.1390 + 0.5; a1('y','y1') = -0.1390 * 0.5;
a0('y','x')= 1.0117; a1('y','x') = -1.0117 * 0.5;
a1('y','v') = -0.1648; a1('y','v1') = 0.1648 * 0.5;

c1('ikf','cnst') = -84.7122 + 0.9 * 84.7122;
a1('ikf','ikf') = 0.3221 + 0.9;
a1('ikf','ikf1') = 0.2150 - 0.9 * 0.3221;
a1('ikf','ikf2') = -0.2150 * 0.9;
a1('ikf','kk') = -0.01185;
a1('ikf','kk1')= 0.01185* 0.9;
a0('ikf','y') = 0.1268; a1('ikf','y') = -0.1268 * 0.9;

c1("rm","cnst")=0.3737; a1("rm","rm")=0.8447;
a0("rm","rs")=0.3891; a1("rm","rs")=-0.2189;

c1('rs','cnst') = -0.06818 + 0.3 * 0.06818;
a1('rs','rs') = 0.8794 + 0.3; a1('rs','rs1') = -0.8794 * 0.3;
a0('rs','gnpr') = 0.008840;
a1('rs','gnpr') = -0.008711 -0.008840 * 0.3;
a1('rs','gnpr1') = 0.008711 * 0.3;
b1('rs','pcm1p') = 0.01;
c1('rs','dumm1p') = 1.0;

a0("x","cs")=1.0; a0("x","cn")=1.0; a0("x","cd")=1.0;
a0("x","ihh")=1.0; a0("x","ikf")=1.0; b1("x","cg")=1.0;
c1("x","q1")=1.0;

a1("v","v")=1.0;  a0("v","y")=1.0; a0("v","x")=-1.0;

a0("gnpr","y")=1.0; c1("gnpr","q2")=1.0;

a1("kk","kk")=0.9769; a0("kk","ikf")=1.0;

a0("yd","gnpr")=1.0; b1("yd","ntax")=-1.0; c1("yd","q3")=1.0;

a1("cn1","cn")=1.0; a1("ihh1","ihh")=1.0; a1("y1","y")=1.0;
a1("ikf1","ikf")=1.0; a1("ikf2","ikf1")=1.0; a1("rm1","rm")=1.0;
a1("rs1","rs")=1.0; a1("v1","v")=1.0; a1("gnpr1","gnpr")=1.0;
a1("kk1","kk")=1.0;

VARIABLES
 X(T,S) state variables
 U(T,C) control variables
 J criterion value

EQUATIONS
 OBJ
 EQCS(T,*)
 EQCN(T,*)
 EQCD(T,*)
 EQIHH(T,*)
 EQY(T,*)
```

```
 x(t+1,'y');

eqrm(t+2,'rm') ..
 x(t+2,'rm') =e= c1('rm','cnst') * zs(t+2,'cnst') + a1('rm','rm') *
 x(t+1,'rm') + a0('rm','rs') * x(t+2,'rs') + a1('rm','rs') *
 x(t+1,'rs');

eqrs(t+2,'rs') ..
 x(t+2,'rs') =e= c1('rs','cnst') * zs(t+2,'cnst') + a1('rs','rs') *
 x(t+1,'rs') + a1('rs','rs1') * x(t+1,'rs1') + a0('rs','gnpr') *
 x(t+2,'gnpr') + a1('rs','gnpr') * x(t+1,'gnpr') + a1('rs','gnpr1') *
 x(t+1,'gnpr1') + b1('rs','pcm1p') * u(t+2,'pcm1p') + c1('rs','dumm1p')
 * zs(t+2,'dumm1p');
*  x(t+2,'rs') =e= -0.06818 + 0.8794 * x(t+1,'rs') + 0.008840 *
*  x(t+2,'gnpr') - 0.008711 * x(t+1,'gnpr')
*  - 0.3000 * (
*  - x(t+1,'rs') - 0.06818 + 0.8794 * x(t,'rs') + 0.008840 *
*  x(t+1,'gnpr') - 0.008711 * x(t,'gnpr')
*  )
*  + 0.01 * u(t+2,'pcm1p') + zs(t+2,'dumm1p');
**** identities  ******
eqx(t+2,'x') ..
 x(t+2,'x') =e= a0('x','cs') * x(t+2,'cs')  + a0('x','cn') * x(t+2,'cn')
 + a0('x','cd') * x(t+2,'cd') + a0('x','ihh') * x(t+2,'ihh') +
 a0('x','ikf') * x(t+2,'ikf') + b1('x','cg') * u(t+2,'cg') +
 c1('x','q1') * zs(t+2,'q1');

eqv(t+2,'v') ..
 x(t+2,'v') =e= a1('v','v') * x(t+1,'v') + a0('v','y') * x(t+2,'y') +
 a0('v','x') * x(t+2,'x');

eqgnpr(t+2,'gnpr') ..
 x(t+2,'gnpr') =e= a0('gnpr','y') * x(t+2,'y') + c1('gnpr','q2') *
 zs(t+2,'q2');

eqkk(t+2,'kk') ..
 x(t+2,'kk') =e= a1('kk','kk') * x(t+1,'kk') + a0('kk','ikf') *
 x(t+2,'ikf');

eqyd(t+2,'yd') ..
 x(t+2,'yd') =e= a0('yd','gnpr') * x(t+2,'gnpr') + b1('yd','ntax') *
 u(t+2,'ntax') + c1('yd','q3') * zs(t+2,'q3');

eqcn1(t+2,'cn1') ..
 x(t+2,'cn1') =e= a1('cn1','cn') * x(t+1,'cn');
eqihh1(t+2,'ihh1') ..
 x(t+2,'ihh1') =e= a1('ihh1','ihh') * x(t+1,'ihh');
eqy1(t+2,'y1') ..
 x(t+2,'y1') =e= a1('y1','y') * x(t+1,'y');
eqikf1(t+2,'ikf1') ..
 x(t+2,'ikf1') =e= a1('ikf1','ikf') * x(t+1,'ikf');
eqikf2(t+2,'ikf2') ..
 x(t+2,'ikf2') =e= a1('ikf2','ikf1') * x(t+1,'ikf1');
eqrm1(t+2,'rm1') ..
 x(t+2,'rm1') =e= a1('rm1','rm') * x(t+1,'rm');
eqrs1(t+2,'rs1') ..
 x(t+2,'rs1') =e= a1('rs1','rs') * x(t+1,'rs');
eqv1(t+2,'v1') ..
 x(t+2,'v1') =e= a1('v1','v') * x(t+1,'v');
```

```
eqgnpr1(t+2,'gnpr1') ..
 x(t+2,'gnpr1') =e= a1('gnpr1','gnpr') * x(t+1,'gnpr');
eqkk1(t+2,'kk1') ..
 x(t+2,'kk1') =e= a1('kk1','kk') * x(t+1,'kk');

*** Initial Values *****
x.l(t,s) = xdes(t,s);
u.l(t,c) = udes(t,c);

*** Initial Condition ****
x.fx("81-1",s) = xdes("81-1",s);
x.fx("81-2",s) = xdes("81-2",s);
u.fx("81-1",c) = udes("81-1",c);
u.fx("81-2",c) = udes("81-2",c);

model multiwgt /all/;

*** Experimentation ****
PARAMETERS
  RX(IT,T,S) solution resulting from each iterative experiment
  RU(IT,T,C) solution of u resulting from each iterative experiment
  XSIM(T,S) simulated values for state variables
  USIM(T,C) simulated values for control variables
  ;
  rx(it,t,s) = xdes(t,s);
  ru(it,t,c) = udes(t,c);
  xsim(t,s) = xdes(t,s);
  usim(t,c) = udes(t,c);

xdes(t,'gnpr') = xdes('81-2','gnpr') * 1.005 ** (ord(t)-1);
*ws(t,s)=0.0;
*lams(t,c)=1.0;
*ws(t,'gnpr')=1.0;

loop(it,
ws(t,'gnpr') = ws(t,'gnpr') * 16 **(ord(it)-1);

solve multiwgt using nlp minimizing J;
rx(it,t,s) = x.l(t,s);
ru(it,t,c) = u.l(t,c);

);


file out/multiwgt.out/;

put out;
out.nd=4;

put 'CS'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'cs');
                put xdes(t,'cs');
       loop(it, put rx(it,t,'cs'); ); put/;
       );
put 'CN'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'cn');
                put xdes(t,'cn');
       loop(it, put rx(it,t,'cn'); ); put/;
       );
```

```
put 'CD'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'cd');
               put xdes(t,'cd');
      loop(it, put rx(it,t,'cd'); ); put/;
      );
put 'IHH'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'ihh');
               put xdes(t,'ihh');
      loop(it, put rx(it,t,'ihh'); ); put/;
      );
put 'Y'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'y');
               put xdes(t,'y');
      loop(it, put rx(it,t,'y'); ); put/;
      );
put 'IKF'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'ikf');
               put xdes(t,'ikf');
      loop(it, put rx(it,t,'ikf'); ); put/;
      );
put 'RM'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'rm');
               put xdes(t,'rm');
      loop(it, put rx(it,t,'rm'); ); put/;
      );
put 'RS'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'rs');
               put xdes(t,'rs');
      loop(it, put rx(it,t,'rs'); ); put/;
      );
put 'X'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'x');
               put xdes(t,'x');
      loop(it, put rx(it,t,'x'); ); put/;
      );
put 'V'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'v');
               put xdes(t,'v');
      loop(it, put rx(it,t,'v'); ); put/;
      );
put 'GNPR'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'gnpr');
               put xdes(t,'gnpr');
      loop(it, put rx(it,t,'gnpr'); ); put/;
      );
put 'KK'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'kk');
               put xdes(t,'kk');
      loop(it, put rx(it,t,'kk'); ); put/;
      );
put 'YD'; put/;
loop(t, put t.tl; put xsim(t,'yd');
               put xdes(t,'yd');
      loop(it, put rx(it,t,'yd'); ); put/;
      );
put 'CG'; put/;
loop(t, put t.tl; put usim(t,'cg');
               put udes(t,'cg');
      loop(it, put ru(it,t,'cg'); ); put/;
```

```
put 'NTAX'; put/;
loop(t, put t.tl; put usim(t,'ntax');
                 put udes(t,'ntax');
      loop(it, put ru(it,t,'ntax'); ); put/;
      );
put 'PCM1P'; put/;
loop(t, put t.tl; put usim(t,'pcm1p');
                 put udes(t,'pcm1p');
      loop(it, put ru(it,t,'pcm1p'); ); put/;
      );

*** initial value to transform pcm1p into pcm1(-1) *****
scalar pcm1803 /9.1244/;
loop(t, put$(ord(t) lt 2) t.tl; );
put pcm1803; put pcm1803;
loop(it, put pcm1803; );
```

Ⅲ. 최적제어모형의 적용 실례 2

1. 최적제어모형의 설정: Klein모형의 응용

가. 사회보장지출부문을 포함한 경제구조방정식모형

○ 9개의 방정식 모형: 3개의 확률방정식과 6개의 항등식

○ 9개의 내생변수: CN_t, I_t, $W1_t$, Y_t, P_t, K_t, W_t, G_t, E_t

5개의 외생변수: constant, SSG_t, $W2_t$, TX_t, NX_t, $TIME_t$

1) 소비부문

$$CN_t = -36824.8 + 5646.68W_t + 0.3565P_t + 0.1086P_{t-1} + 32.7716SSG_t$$

Adjusted R^2=0.9915, DW=1.71, ρ=0.4964

여기서 CN은 가계최종소비지출, W는 피용자보수(임금), P는 비근로소득(영업이익+고정자본소모-보조금), SSG는 사회보장부문 정부소비지출

2) 투자부문

$$I_t = 4393.67 - 2.1660P_t + 2.5249P_{t-1} + 0.0769K_{t-1}$$

Adjusted R^2=0.9704, DW=2.14

여기서 I는 순투자 즉, 총자본형성액과 재고증가액의 합이고 K는 자본stock

3) 노동수요부문

$$W1_t = \gamma_0 + \gamma_1 E_t + \gamma_2 E_{t-1} + \gamma_3 TIME_t + \varepsilon_{3t}$$

Adjusted R^2=0.9971, DW=1.81

여기서, W1은 민간부문의 피용자보수(임금), E는 민간부문의 생산액(=GDP+간접세-정부부문의 피용자보수)

4) 총 생산액

$$Y_t + TX_t \equiv CN_t + I_t + G_t + NX_t$$

여기서, Y는 GDP, TX는 조세, G는 정부지출, NX는 수출-수입+통계불일치

5) 소득

$$Y_t \equiv P_t + W_t$$

6) 자본

$$K_t \equiv I_t + K_{t-1}$$

여기서, 초기년도 자본stock 자료미비로 K_{1970} = 10,000으로 가정

7) 총 임금

$$W_t \equiv W1_t + W2_t$$

여기서, W2는 공공부문 임금

8) 정부부문지출

$$G_t \equiv NSSG_t + SSG_t$$

여기서 NSSG는 사회보장부문을 제외한 정부지출

9) 민간부문 생산액

$$E_t \equiv Y_t + TX_t - W2_t$$

〈표 II-1〉 주요거시경제지표(불변)

(단위: 십억원)

연도	Y	CN	G			W		
			SSG	NSSG	합계	W1	W2	합계
1970	26381.3	19695.8	67.6	2424.6	2492.2	7016.8	1895.3	8912.1
1971	28843.1	21790.1	72.5	2735.7	2808.1	7712.5	2034.7	9747.2
1972	30267.9	22303.3	84.1	2977.9	3062.1	7986.1	2117.8	10103.9
1973	34258.3	23823.1	77.1	2811.3	2888.4	9555.5	2019.5	11575.1
1974	36957.2	26001.7	97.4	3475.5	3572.9	9870.4	2063.9	11934.4
1975	39511.0	27876.3	113.2	4239.9	4353.1	10458.9	2378.2	12837.1
1976	44130.4	28885.2	126.9	4689.6	4816.5	10353.5	3022.5	13376.0
1977	48677.9	30317.9	157.4	5086.5	5243.9	13725.9	3370.5	17096.4
1978	53204.0	32255.5	167.5	5377.9	5545.5	16230.3	3478.3	19708.5
1979	56958.8	35138.5	212.3	5466.8	5679.1	18129.9	3722.3	21852.3
1980	55702.7	35897.6	219.6	6228.7	6448.4	18036.2	4008.6	22044.8
1981	59307.9	38142.6	250.9	6662.8	6913.7	18839.7	4239.3	23079.1
1982	63768.7	40355.7	302.3	7055.2	7357.5	20255.4	4771.4	25026.8
1983	70867.5	42933.7	325.8	7330.1	7655.9	23549.5	5039.8	28589.3
1984	77075.1	45490.8	351.9	7348.5	7700.5	25906.6	5142.1	31048.7
1985	82062.1	48026.8	289.7	8014.9	8304.6	27374.3	5529.8	32904.1
1986	91373.4	50414.8	347.3	8791.1	9138.4	30093.6	5913.5	36007.1
1987	101848.2	53617.9	391.7	9457.2	9848.9	34764.0	6460.6	41224.6
1988	113079.2	57725.5	546.1	10206.7	10752.9	40259.0	7062.4	47321.4
1989	120283.5	64045.9	688.6	11598.7	12287.2	45253.8	8264.0	53517.9
1990	131602.1	70652.2	783.7	12547.4	13331.0	50808.8	9106.9	59915.7
1991	143496.7	76521.2	891.0	13855.1	14746.1	57370.3	10049.9	67420.2
1992	150733.5	81348.1	1038.5	15333.6	16372.1	60177.5	11226.4	71403.9
1993	159025.1	86081.6	1089.3	16016.1	17105.4	62601.4	12078.1	74679.5
1994	173320.1	93101.4	1231.4	17136.1	18367.4	67497.2	13071.8	80568.9
1995	188732.6	99956.6	1321.7	18028.2	19349.9	74242.3	14069.2	88311.5
1996	202074.4	106965.0	1507.8	20120.7	21628.5	81339.7	15488.7	96828.4

주: Y: 국민소득(국내총생산), CN: 가계최종소비지출, G: 정부최종소비지출, SSG: 사회보장부분의 정부소비지출, NSSG: 비사회보장부분의 정부소비지출, W: 피용자 보수(임금), W1: 민간부분의 피용자 보수, W2: 정부부분의 피용자 보수.

참고: 위의 시계열자료는 1985년 불변가격 기준임.

자료: 한국은행, 「국민계정」, 각년도.

〈표 II-1〉 계속

(단위: 십억원)

연도	P	TX	I	K	E	GNP deflator (1985=100)
1970	13137.8	2545.5	4893.0	3583.4	27031.5	10.5
1971	14387.0	2676.7	4711.4	3522.9	29485.1	11.9
1972	15495.8	2560.5	5288.4	2807.7	30710.5	13.9
1973	17289.3	2933.9	7795.7	4540.4	35172.6	15.8
1974	19092.7	3685.3	7513.7	6069.4	38578.5	20.7
1975	19877.4	4414.5	7120.5	7377.1	41547.3	26.1
1976	21355.1	5102.5	10749.4	5705.9	46210.3	31.9
1977	22656.7	5726.3	13468.1	9573.4	51033.8	37.1
1978	23769.9	6433.2	16098.9	11816.1	56158.9	45.8
1979	24156.3	7017.4	16288.4	14746.7	60253.9	55.1
1980	22377.2	7183.7	12820.5	13582.1	58877.9	68.5
1981	24129.9	7560.4	13371.7	12659.7	62628.9	80.4
1982	25059.5	8207.4	15389.0	13396.9	67204.7	85.8
1983	26498.8	9539.8	19273.9	15013.8	75367.5	90.6
1984	29226.2	9770.4	22643.2	19492.8	81703.3	95.5
1985	31545.2	9895.4	23926.8	13242.9	86427.7	100.0
1986	35954.4	10902.1	30246.8	16447.1	96362.0	104.8
1987	38698.5	11869.9	37758.5	16368.5	107257.5	110.1
1988	41234.2	12920.1	44299.1	22805.9	118936.9	117.7
1989	41107.4	13517.2	43384.7	23566.4	125536.7	124.0
1990	42989.6	15773.5	47134.3	34447.3	138268.6	136.4
1991	46013.8	16533.9	51501.8	38832.7	149980.6	150.3
1992	47182.7	18131.1	52324.7	42043.8	157638.3	159.5
1993	50076.1	19511.5	55406.5	43666.5	166458.6	166.9
1994	55110.1	22178.2	61033.5	44730.1	182426.5	176.5
1995	57988.9	24618.7	67736.1	50951.9	199282.1	186.5
1996	57244.2	27767.1	69693.9	50109.9	214352.8	192.9

주: P: 비근로소득(영업잉여), TX: 간접세, I: 투자(총자본형성), K: 자본량, E: 민간부분의 생산량(=GDP+간접세-정부부분의 피용자 보수)

참고: 위의 시계열자료는 1985년 불변가격 기준임.

자료: 한국은행, 「국민계정」, 각년도.

자본량(K)은 원종욱, 「복지 GNP 추계」에서 인용함(내삽법(Interpolation)의 방법을 사용함).

〈표 II-2〉 정부의 목적별 소비지출(불변)

(단위: 십억원)

연도	일반공공행정	국방	공공질서 및 안전	교육	보건	사회보장 및 복지	주택 및 사회환경개선	오락 문화 및 종교
1970	302.7	1252.8	211.3	524.5	30.5	37.1	24.8	17.1
1971	352.2	1416.3	232.5	581.3	32.9	39.6	30.3	20.2
1972	384.5	1527.1	251.5	637.4	42.4	41.7	35.2	23.7
1973	369.7	1473.6	237.6	564.3	39.2	37.9	37.3	20.9
1974	439.3	1835.4	276.8	684.8	55.9	41.5	55.5	31.8
1975	537.3	2295.7	312.4	817.0	62.9	50.3	66.8	37.6
1976	630.9	2392.9	371.5	1012.7	73.3	53.6	67.3	33.5
1977	723.0	2536.4	422.8	1092.8	95.9	61.4	76.0	36.9
1978	775.3	2713.2	442.4	1093.6	95.1	72.4	103.6	40.6
1979	824.1	2640.4	474.9	1132.7	118.8	93.4	123.4	47.5
1980	927.2	3105.3	515.7	1234.9	122.9	96.7	130.5	52.0
1981	1018.4	3202.4	611.0	1296.0	135.5	115.4	122.7	61.9
1982	1101.3	3241.6	674.3	1505.9	124.6	177.7	133.9	62.3
1983	1144.5	3289.5	776.2	1599.2	115.1	210.6	114.0	52.5
1984	1176.1	3135.9	759.4	1701.6	120.7	231.2	104.2	63.9
1985	1228.1	3581.6	808.4	1860.7	104.8	184.9	115.6	60.8
1986	1336.7	4040.9	872.9	2009.1	132.7	214.7	93.8	76.4
1987	1538.1	4142.3	939.1	2239.1	135.6	256.1	127.3	89.6
1988	1590.2	4441.7	1030.4	2397.2	165.4	380.8	143.4	119.6
1989	1904.5	4771.9	1226.5	2828.9	172.8	515.8	154.8	126.9
1990	2093.9	4951.7	1371.7	3117.1	173.1	610.6	178.6	154.6
1991	2327.6	5220.9	1631.4	3514.5	183.6	707.5	214.2	195.9
1992	2613.0	5500.9	1889.9	3948.1	218.2	820.3	262.7	228.2
1993	2736.9	5581.7	1952.3	4239.1	234.5	854.8	299.2	256.9
1994	3033.5	5646.5	2189.9	4601.5	274.2	957.2	343.8	266.6
1995	3212.1	5714.7	2395.1	4954.6	290.7	1030.9	362.3	286.1
1996	3647.9	6120.2	2681.6	5673.9	318.8	1189.0	419.9	324.0

주: G: 정부최종소비지출, SSG: 사회보장부분의 정부소비지출(보건+사회보장 및 복지), NSSG: 비사회보장부분의 정부소비지출(나머지 항목)

자료: 한국은행, 「국민계정」, 각년도.

통계청, 「한국의 주요경제지표」, 각년도.

〈표 II-2〉 계속

(단위: 십억원)

연도	연료 및 에너지	농·임·어업	광·제조·건설업	운수 및 통신	기타	G			GNP deflator (1985=100)
						SSG	NSSG	합계	
1970	3.8	47.6	4.8	16.2	19.0	67.6	2424.6	2492.2	10.5
1971	4.2	53.1	5.9	18.5	21.1	72.5	2735.7	2808.1	11.9
1972	4.3	64.7	6.5	18.7	24.4	84.1	2977.9	3062.1	13.9
1973	5.7	51.2	6.3	21.5	23.4	77.1	2811.3	2888.4	15.8
1974	6.3	82.9	7.2	27.0	28.5	97.4	3475.5	3572.9	20.7
1975	6.9	93.6	7.7	32.6	32.2	113.2	4239.9	4353.1	26.1
1976	5.3	96.2	9.3	34.5	35.4	126.9	4689.6	4816.5	31.9
1977	10.8	91.9	9.4	33.9	52.5	157.4	5086.5	5243.9	37.1
1978	14.2	105.2	9.5	33.4	46.9	167.5	5377.9	5545.5	45.8
1979	15.9	109.4	9.6	35.2	53.5	212.3	5466.8	5679.1	55.1
1980	17.7	141.6	12.4	36.8	54.6	219.6	6228.7	6448.4	68.5
1981	36.8	183.3	27.0	45.3	58.0	250.9	6662.8	6913.7	80.4
1982	41.3	164.7	40.6	32.6	56.8	302.3	7055.2	7357.5	85.8
1983	53.4	169.0	41.0	32.1	58.6	325.8	7330.1	7655.9	90.6
1984	36.2	173.2	73.8	55.7	68.6	351.9	7348.5	7700.5	95.5
1985	39.2	160.7	49.8	41.9	68.1	289.7	8014.9	8304.6	100.0
1986	36.5	167.5	42.7	46.1	68.5	347.3	8791.1	9138.4	104.8
1987	37.5	193.3	25.7	51.5	73.7	391.7	9457.2	9848.9	110.1
1988	30.6	237.3	87.9	41.3	87.1	546.1	10206.7	10752.9	117.7
1989	35.1	302.9	92.2	49.6	105.2	688.6	11598.7	12287.2	124.0
1990	41.6	350.5	107.1	61.0	119.6	783.7	12547.4	13331.0	136.4
1991	47.9	362.4	125.8	79.2	135.2	891.0	13855.1	14746.1	150.3
1992	58.0	420.4	160.8	92.2	159.3	1038.5	15333.6	16372.1	159.5
1993	60.5	442.8	169.2	103.7	173.7	1089.3	16016.1	17105.4	166.9
1994	74.1	494.0	193.9	112.4	179.6	1231.4	17136.1	18367.4	176.5
1995	78.6	515.8	201.9	117.4	189.5	1321.7	18028.2	19349.9	186.5
1996	88.5	593.8	226.7	129.2	214.9	1507.8	20120.7	21628.5	192.9

주: G: 정부최종소비지출, SSG: 사회보장부분의 정부소비지출(보건+사회보장 및 복지), NSSG: 비사회보장부분의 정부소비지출(나머지 항목)

자료: 한국은행, 「국민계정」, 각년도.

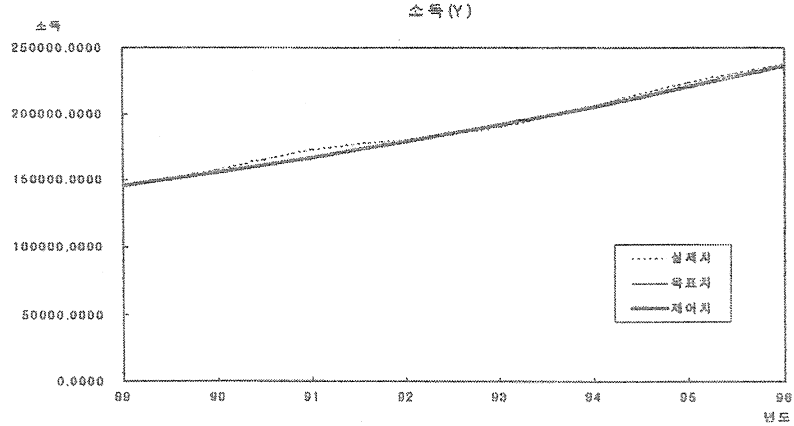
통계청, 「한국의 주요경제지표」, 각년도.

2. 동태적 최적화실험 결과

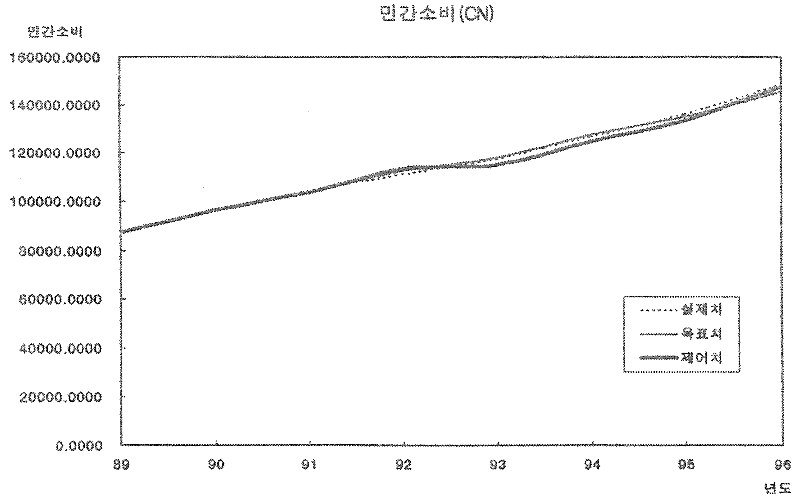
□ 최적제어 결과

○ 경제상태변수

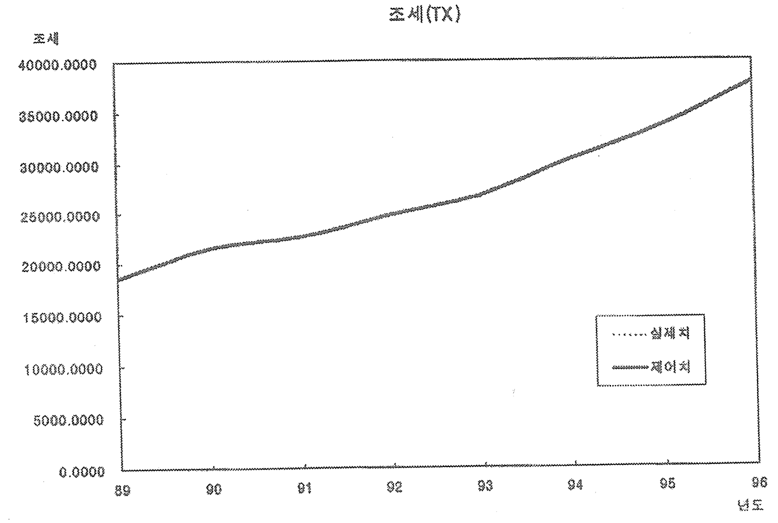
소득(Y)

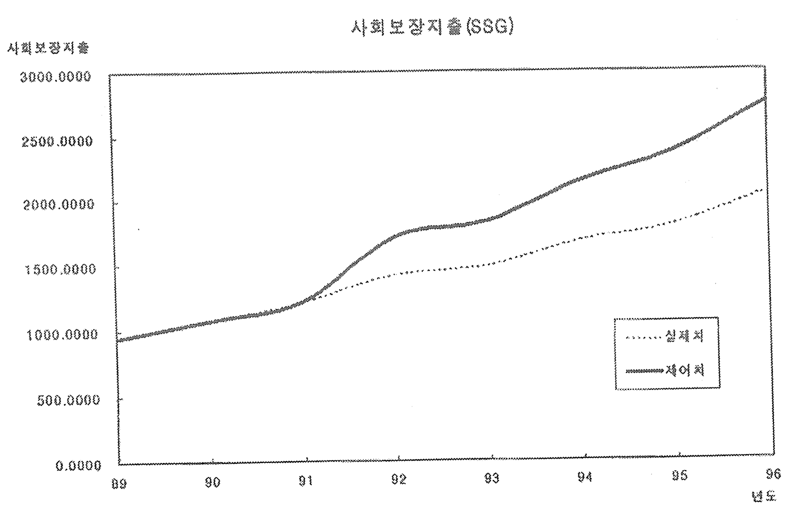


민간소비(CN)



○ 정책변수


조세(TX)
조세
40000.0000
35000.0000
30000.0000
25000.0000
20000.0000
15000.0000
10000.0000
5000.0000
0.0000
89
90
91
92
93
94
95
96
년도
실제치
제어치


사회보장지출(SSG)
사회보장지출
3000.0000
2500.0000
2000.0000
1500.0000
1000.0000
500.0000
0.0000
89
90
91
92
93
94
95
96
년도
실제치
제어치

3. 관련 program

가. TSP

```
options crt;
freq a;
smpl 70 96;
read(file='ssn.prn') pgnp time w w1 w2 p y tx ytx cn i g ssg
       nssg nx k e;
list invk c ssg w2 tx nx time;
?lssg=log(ssg);
?lp1=log(p(-1));
lw=log(w);
?2sls(inst=invk) cn c w p p(-1) ssg;
ar1(inst=invk) cn c lw p p(-1) ssg;
form cneq;
2sls(inst=invk) i c p p(-1) k(-1);
form ieq;
form w1eq;
ident yeq y=cn+i+g+nx-tx;
ident peq p=y-w;
ident keq k=k(-1)+i;
ident weq w=w1+w2;
ident eeq e=y+tx-w2;
ident geq g=nssg+ssg;
list klein cneq ieq w1eq yeq peq keq weq eeq geq;
list kendog cn i w1 y p k w e g;
model klein kendog kleintot;
smpl 89 90;
dot cn i w1 y p k w e g;
     .f =.;
enddot;
smpl 91 96;
solve(tag=f, dynam, method=flpow) kleintot;
smpl 89 96;
print cnf if w1f yf;
print pf kf wf ef;
print g;
print ssg tx;
cnst=1;
print cnst time w2 nx nssg;
```

나. GAMS

```
SET
 S   state varibles
  /cn        consumption
   i         investment
   w1        wages of private workers
   y         income
   p         profits
   k         capital
   w         total wages
   e         private products
   g         government total expenditure
   /

 c   control variables
  /ssg       social security expenditure
   tx        tax
  /

 Z   exogeneous variables
  /cnst      constant
   time      trend
   w2        wages for government workers
   nx        net export and statitical errors
   nssg  non ss government expenditure
   /

 T    time horizon
   / 1989, 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996  /
 IT   iteration
   / 0*1  /
   ;
```

```
ALIAS(s,sp);

PARAMETER ws(t,s);
  ws(t,s)=0.0;
  ws(t,"y")=100.0;

PARAMETER lams(t,c);
  lams(t,c)=0.1;
  lams(t,"ssg")=0.0;

TABLE xdes(t,s)
             CN            I             W1            Y
1989     87375.14063   55185.91797   61737.84375   145657.0
1990     96387.70313   66298.70313   69316.20313   156057.0
1991     103390.8359   71091.70313   75053.98438   167199.0
1992     112545.3281   70831.27344   79282.50781   179137.0
1993     118036.4297   75047.81250   85008.67969   191928.0
1994     127672.7891   84365.63281   92216.63281   205362.0
1995     134768.8906   94603.78125   101200.4375   220314.0
1996     145414.8281   107510.6094   110716.9766   236044.0

+            P             K             W             E
1989     72644.44531   504516.31250  73012.10156   152823.2188
1990     76279.50000   570815.00000  81740.39844   167114.7969
1991     78381.09375   641906.68750  88764.69531   175991.5313
1992     83473.89844   712738.00000  94598.16406   187491.9063
1993     89977.35156   787785.81250  101486.2969   201604.7500
1994     95919.62500   872151.43750  110049.8594   218393.0625
```

1995	101113.5000	966755.18750	120394.3594	235900.1094
1996	104566.1719	1074265.7500	131847.5313	253164.5469

+	G
1989	16762.92578
1990	18186.90039
1991	20117.51367
1992	22335.67188
1993	23336.11133
1994	25057.88281
1995	26398.24414
1996	29506.78906

TABLE udes(t,c)

	SSG	TX
1989	939.38000	18440.91992
1990	1069.09998	21519.09961
1991	1215.60999	22556.43945
1992	1416.77002	24735.50000
1993	1486.03003	26618.71094
1994	1679.91003	30256.80078
1995	1803.15002	33586.17188
1996	2057.00000	37881.39844

;

```
TABLE     zs(t,z)
          CNST      TIME       W2            NX            NSSG
1989      1.00000   19.00000   11274.25781   4773.48730    15823.54199
1990      1.00000   20.00000   12424.20020   -1334.30005   17117.80078
1991      1.00000   21.00000   13710.70801   -4897.82227   18901.90625
1992      1.00000   22.00000   15315.65430   -2904.70483   20918.90430
1993      1.00000   23.00000   16477.61523   1662.00977    21850.08203
1994      1.00000   24.00000   17833.23047   -870.01550    23377.97461
1995      1.00000   25.00000   19193.92773   -676.88373    24595.09961
1996      1.00000   26.00000   21130.55078   -8137.12891   27449.78711
;

VARIABLES
    j        objective function
    x(t,s)   state variables
    u(t,c)   control variables
    ;

EQUATIONS
    obj      objectives
    cneq(t,*)
    ieq(t,*)
    w1eq(t,*)
    yeq(t,*)
    peq(t,*)
    keq(t,*)
    weq(t,*)
    geq(t,*)
    eeq(t,*)
    ;
```

```
obj .. j =e= sum((t,s), 0.5*(x(t+2,s)-xdes(t+2,s))*ws(t+2,s)*(x(t+2,s)-xdes(t+2,s)))
         + sum((t,c),0.5*(u(t+2,c)-udes(t+2,c))*lams(t+2,c)*(u(t+2,c)-udes(t+2,c)));

cneq(t+2,"cn") ..
  x(t+2,"cn") =e= (-36824.8)+ 5646.68* log(x(t+2,"w"))+ 0.356467*x(t+2,"p")+
    (-0.108629)*x(t+1,"p")+ (32.7716)* u(t+2,"ssg")+ 0.496424*(x(t+1,"cn")- (-36824.8)
     - 5646.68* log(x(t+1,"w"))-0.356467*x(t+1,"p")- (-0.108629)*x(t,"p")- (32.7716)
     * u(t+1,"ssg"));

ieq(t+2,"i") ..
  x(t+2,"i") =e= 4393.67+ (-2.16598)* x(t+2,"p")+ 2.52488* x(t+1,"p")
  + 0.076861* x(t+1,"k");

w1eq(t+2,"i") ..
  x(t+2,"w1") =e= -8647.5444+ (-0.1278)* x(t+2,"e")+ 0.6981* x(t+1,"e")
  -498.399*zs(t+2,"time");

yeq(t+2,"y") ..
  x(t+2,"y") =e= x(t+2,"cn") + x(t+2,"i")+ x(t+2,"g")+ zs(t+2,"nx")- u(t+2,"tx");

peq(t+2,"p") ..
  x(t+2,"p") =e= x(t+2,"y") - x(t+2,"w");

keq(t+2,"k") ..
  x(t+2,"k") =e= x(t+1,"k") + x(t+2,"i");

geq(t+2,"g") ..
  x(t+2,"g") =e= u(t+2,"ssg")+zs(t+2,"nssg");

weq(t+2,"w") ..
  x(t+2,"w") =e= x(t+2,"w1") + zs(t+2,"w2");

eeq(t+2,"e") ..
  x(t+2,"e") =e= x(t+2,"y") + u(t+2,"tx") - zs(t+2, "w2");
```

```
***** initial values *****
x.L(t,s)=xdes(t,s);
u.L(t,c)=udes(t,c);

model klein  /all/ ;

*** parameters for reporting ******

PARAMETERS
    xsim(t,s)        fitted values used for desired values of state variables
    uhst(t,c)        historical values of control variables
    rx(t,s)          solution values for state variables
    ru(t,c)          solution values for control variables
    ;

xsim(t,s)=xdes(t,s);
uhst(t,c)=udes(t,c);

*** Experiment: "remove asterisk in the first column below for
    experiment" ****
*xdes(t,"y")=xdes("1990","y")*1.04**(ord(t)-2);


*** Solving the problem ************
solve klein using nlp minimizing j;

rx(t,s)=x.L(t,s);
ru(t,c)=u.L(t,c);
rx("1989",s)=xdes("1989",s); ru("1989",c)=udes("1989",c);
rx("1990",s)=xdes("1990",s); ru("1990",c)=udes("1990",c);


*** Reporting *******
```

```
file out /klein31.rpt/;
put out; out.nd=4; out.nw=16;

put s.te("cn"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"cn"); put rx(t,"cn"); put/;
    ); put/;

put s.te("i"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"i"); put rx(t,"i"); put /;
    );   put/;

put s.te("w1"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"w1"); put rx(t,"w1"); put/;
    ); put/;

put s.te("y"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"y"); put rx(t,"y"); put /;
    ); put/;

put s.te("p"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"p"); put rx(t,"p"); put/;
    ); put/;

put s.te("k"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"k"); put rx(t,"k"); put /;
    ); put/;
```

```
put s.te("w"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"w"); put rx(t,"w"); put/;
    ); put/;

put s.te("e"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"e"); put rx(t,"e"); put/;
    ); put;

put s.te("g"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"g"); put rx(t,"g"); put/;
    ); put/;

put c.te("ssg"); put/;
loop(t,
    put t.tL; put uhst(t,"ssg"); put ru(t,"ssg"); put/;
    );

put c.te("tx"); put/;
loop(t,
    put t.tL; put uhst(t,"tx"); put ru(t,"tx"); put /;
    ); put/;
```

Ⅳ. 최적화 실험을 위한 TSP program 기초

1. TSP의 특징

○ TSP는 경제적 또는 통계적 데이터를 처리하고 추정하기 위한 컴퓨터 언어이며 행렬분석기능이 강력하여 연구자의 의지대로 분석 프로그램을 짤 수 있는 것이 특징임.

○ 시계열분석 뿐만 아니라 Panel Data나 Cross-section Data 분석도 가능함.

- 다음과 같은 경우에 사용
  - · 응용 계량경제학 강의
  - · 거시경제 연구 또는 예측
  - · 판매 예측
  - · 비용분석 및 예측
  - · Monte Carlo simulation
  - · 경제 모델 추정 및 시뮬레이션

○ TSP는 다른 단위(unit)을 가지는 똑같은 변수를 반복적으로 관측하는 데이터를 분석하는데 사용됨.

○ TSP의 Data는 시리즈(Series)로 구성되어 있고, 각 시리즈(Series)는 이름을 갖고 있으며 각 관측치에 대한 분석이 필요한 경우 해당되는 시리즈(Series)명을 통하여 가능함.

○ TSP는 규모가 큰 software 중의 하나이고 다양한 기능을 갖고

있으므로 이것을 한꺼번에 습득하는 것은 바람직하지 않으며, 복잡한 예제나 문제해결방법은 internet web-site를 이용하는 것이 바람직함.

2. TSP의 주요기능

모든 일반적인 계량분석인 OLS, two-stage least squares, limited information maximum likelihood(LIML), polynomial and Shiller distributed lags, autoregressive correction, 그리고 weighted least squares 등이 있음. 또한 nonlinear least squares, GARCH 모델, GMM full information maximum likelihood, estimation with qualitative dependent variables, programmable maximum likeihood, 그리고 선형(linear)과 비선형(non-linear)모델의 해를 구할 수 있음.

3. TSP의 명령문

가. Freq

입력되는 Data가 년간(annual)자료임을 프로그램에 명시하는 명령임. 분기인 경우에는 freq q;를 사용함.

예제 : Freq a;

나. Smpl

입력되는 시계열 자료의 범위를 결정하는 명령어임

예제 : smpl 70 96;

위의 예제는 1970년부터 96년간의 자료임.

다. Read

데이터파일에서 변수를 읽을 때 사용하는 명령임.

형식 : READ(FILE='file name') variable name list

예제 : read(file='ssn.prn') pgnp time w w1 w2 p y tx ytx cn i g ssg ssn ;

위의 예제는 외부파일 "ssn.prn"에서 변수들(pgnp, time, 등)을 읽어들이는 것임.

라. List

프로그램에서 instrumental variable로 사용될 변수를 정의하는 명령임.

형식 : LIST list name[=] list of variable names;

예제 : list invk c ssg w2 tx nx time;

위의 예제는 list name을 "invk"로 하고 리스트 할 변수는 c, ssg, w2, tx, nx, time임.

마. AR1 : First-order serial correlation

Ar1은 에러가 연속적(serially)으로 상관관계를 가지고 있는 회귀방정식을 추정하는 사용됨.

1st order serial correlation을 교정하는 회귀방정식을 추정하기 위해서 AR1명령문을 사용함.

예제 : ar1(inst=invk) cn c ws p p(-1) ssg;

위의 예제에서 "inst"는 instrumental variable을 의미하며 invk를 외생변수로 사용하는 option을 사용한다는 의미임.

바. FORM

Form은 linear estimation procedure나 회귀변수와 리스트로부터 TSP 방정식을 만드는 명령어임.

예제 : form cneq ;
위의 예제는 추정을 위해 cn을 종속변수로 하는 식을 정의하는 것임.

사. 2SLS

2 Stage least square를 추정하는 명령임.
예제 : 2sls(inst= invk) i c p p(-1) k(-1) ;

위의 예제는 i 를 종속변수로하는 2 stage least square 추정을 명령하는 것임. 그리고 invk 를 외생변수로 사용하는 option을 사용하였음.

아. IDENT

이 명령문은 TSP의 항등식(identity)을 정의하는 것임.
형식 : INDENT equation-name variable-name = algebraic expression ;
예제 : ident yeq y= cn +i +g +nx - tx;
위의 예제는 항등식 y를 정의 함.

자. MODEL

Model은 해를 구할 모델방정식의 순서를 결정하는 명령어임.
이 명령어는 SOLVE명령어 전에 위치하여야 함.
형식 : MODEL (FILE=filename, PRINT, SILENT) *equation list [endogenous variable list] ordered model name* ;
예제 : model klein kendog kleintot;

차. DOT

Dot는 do loop과 같은 기능을 하는 명령어임.
다음명령문의 .(dot) 자리에 dot 다음의 변수를 반복적으로 삽입시키

라는 명령문임. ENDDOT으로 명령어를 종료시킴.

예제 : dot cn i w1 y p k w e g;

.f= .;

enddot;

카. SOLVE

Solve는 Gauss-Seidel method나 최소화를 위한 Fletcher-Powell method를 사용하는 선형 또는 비선형 시뮬레이션 식의 해를 구하는 명령어임.

형식 : SOLVE (CONV2 = *secondary convergence criterion,* DEBUG, DYNAM, KILL, MAXPRT = *iterations to be printed,* METHOD = GAUSS or FLPOW or JACOBI, PRNDAT, PRNRES, PRNSIM, STATIC, TAG=*charsting* or NONE, *nonlinear options) name of collected model* ;

예제 : solve(tag=f, dynam, method=flpow) kleintot;

위의 예제는 flecther-powell 방법으로 kleintot를 풀라는 명령임.

Ⅴ. 최적화 실험을 위한 GAMS program 기초

1. GAMS 개발의 필요성

○ 1950년에서 60년사이에는 알고리즘과 컴퓨터코드들의 많은 개발로 인하여 대규모의 수학적인 프로그램작성 문제들을 해결하는데 상당한 진전이 있었음.

○ 1970년대에는 전체 모델링 작업중에서 문제해결처리과정(solution pro- cedure)는 아주 작은 부분에 불과했고 대부분의 시간은 데이터의 수집 및 변환작업 그리고 보고서를 준비하는데 소요되었기 때문에 개발된 알고리즘 이나 컴퓨터코드들과 같은 tool들의 활용 횟수가 기대했던 만큼 많지는 않았음.

○ 각각의 모델은 분석가들에게 많은 시간을 요구했고 또한 데이터를 구성하고, 그 데이터를 수학적 프로그래밍 최적화방법들을 이용하여, user가 요구한 형태로 변환하는 프로그램을 짜는데 많은 시간을 필요로 했음.

○ 더군다나 프로그램을 짰던 사람만이 쉽게 조작할 수 있어서 프로젝트를 담당했던 분석자들 조차도 그 프로그램을 이해하기가 어렵기 때문에 에러를 찾아서 제거하는 것은 쉽지 않았음.

○ GAMS는 이러한 문제점을 개선하기 위하여 개발되었으며 다음과 같은 장점을 가짐.

- 규모가 크고 복잡한 모델을 간결하게 표현하기 위하여 high-level language를 사용

- 모델사양서가 간결하고 안정적으로 제작되도록 수정을 허용
- 대수관계(algebraic relationship)의 명확한 서술문을 허용
- solution 알고리즘들이 각각 독립되어 있는 모델명세서를 허용

2. GAMS의 기본적인 특징

○ GAMS는 다음과 같은 원리로 설계되었음.

▶ 존재하는 모든 알고리즘적인 방법들은 사용자의 모델표현식을 바꾸지 않고 이용할 수 있음. 즉, 새로운 방법들의 시도나 기존 방법들의 새로운 시도(implementation)는 기존의 모델을 바꾸지 않아도 사용 가능함. 또한 선형, 비선형, 그리고 혼합된 정수 최적화(integer optimization)에 적합하며, 뿐만 아니라 동시에 발생하는 선형이나 비선형과 같은 특별한 경우에도 사용할 수 있음.

▶ 최적화문제(optimization problem)는 GAMS를 사용하는데 있어서 데이터와 상관없이 독립적으로 표현할 수 있음. 로직과 데이터의 분리는 표현의 복잡성을 증가시키지 않고 크기가 증가되는 문제들을 허용함.

▶ 관계형 데이터 모델의 사용은 컴퓨터자원의 할당이 자동적으로 되도록 요구하고 있음. 즉, 사용자가 대규모의 복잡한 모델에서 배열크기나 기억장소와 같은 세부항목에 대한 지식이 없어도 작업할 수 있도록 하는 것을 말함.

○ 문서(Documentation)

GAMS 모델표현식은 사람이나 컴퓨터가 쉽게 읽을 수 있도록 되어 있음. 즉, GAMS프로그램 자체가 모델의 문서화이며, 과거에 요구했던 description을 분리하는 것은 더 이상 필요치 않으며, 뿐만 아

니라 GAMS설계는 사용자의 문서화요구를 명확히 다루는 다음의 특징들을 통합시켰음.

- ▶ GAMS모델표현은 간결하고 수학적인 표현이 전체적으로 우아하게 사용되었음
- ▶ 모든 데이터변환은 간결하고 대수학적으로 표현되었음. 즉, 모든 데이터는 기본적인 형태로 입력되고, 모델을 구성하고 레포팅하는 모든 변환들은 관찰이 가능함.
- ▶ 설명문은 심볼 정의부분에 만들 수 있고 관련된 값이 디스플레이 될 때마다 재생성됨.
- ▶ 모델에 관련된 모든 정보는 한곳에 들어 있음.

○ 이식성(portability)

GAMS시스템은 어떠한 것도 변화시키지 않고 다른 형식의 컴퓨터에서도 가능하도록 설계되었음.

- 작은 개인용컴퓨터로 개발된 모델은 메인프레임에서도 사용 가능하며, 원래의 개발환경과 달라도 차후에 다른 종류의 컴퓨터를 사용하여 개발할 수도 있음.
- 다른 컴퓨터에 옮길 때 단지 한 개의 문서만 옮기면 됨. 즉 드물지만 몇 백 라인정도 되는 GAMS명령문만 디스켓에 옮기면 사용 가능함. 그 프로그램은 모델을 돌리는데 필요한 모든 데이터와 논리적 명세서를 포함하고 있음.

○ 사용자인터페이스

이식성은 사용자인터페이스와 밀접한 관계를 가지고 있으며, 기본적으로 GAMS시스템은 파일지향적(file-oriented)임.

- 전문적인 편집자가 있을 필요가 없고 그래픽적인 입·출력 루틴도 존재하지 않기 때문에 도리어 사용자가 편집하는데 사용되는

명령어를 배워야 하는 것이 더 부담될 것임.

- GAMS는 어떠한 워드프로세서에서도 프로그램이 가능하도록 오픈아키텍처를 제공하며, 이러한 사용자인터페이스는 현재 또는 미래의 다양한 사용자환경에서도 GAMS의 통합을 용이하게 함.

○ 모델라이브러리

GAMS는 예제들을 모아놓은 라이브러리를 제공하며 이러한 것들은 교과서예제들이며 GAMS에 관해 설명하기 위하여 또는 문제공식화를 분류하는데 사용될 수 있음.

- 라이브러리에 있는 모든 대다수 모델들은 공개논문에 설명되어 있으며, 수집된 전체 모델들은 대형컴퓨터의 GAMS시스템에 들어있고, 뿐만 아니라, 나라, 지역, 관심분야 등에 따라서 예제가 데이터베이스로 구축되어 있음.
- 모델라이브러리는 도스용 PC사용자들도 이용할 수 있으나 어떤 모델들은 너무 커서 도스용 기계에서는 돌아가지 않는 경우도 있음.

3. GAMS모델 구조

Inputs

SETS

Declaration

Assignment of members

Data(PARAMETERS, TABLES, SCALARS)

Declaration

Assignment of values

VARIABLES

Declaration

Assignment of type

(Optional) Assignment of bounds and/or initial values

EQUATIONS

Declaration

Definition

MODEL and SOLVE statements

(Optional) DISPLAY statements

Outputs

Echo Print

Reference Maps

Equation Listings

Status Reports

Results

4. GAMS모델 사용시 주의사항

○ GAMS model은 GAMS 언어로 만들어진 명령문들의 집합체임. 즉, “모델 entity는 선언되기 전에 참조할 수 없다”는 명령문의 순서규칙을 지켜야 함.

○ 명령문 하나가 여러 줄에 걸쳐서 올 수 있으며 빈줄(blank line)이 허용되고, 한 줄에 여러 명령문이 올 수도 있음.

○ 한 명령문의 끝은 세미콜론으로 표시함.

○ GAMS 컴파일러는 대소문자를 구분하지 않음.

○ 설명문(documentation)은 수학적 모델의 편리성을 위한 중요한 요소임.

- GAMS모델안에 설명문을 넣는 방법은 두 가지가 있으며, 첫째, 넣고자 하는 라인의 첫 번째 칼럼에 *(asterisk)를 하면 GAMS컴파일 때 설명문으로 인식
- 둘째, 설명문은 특별한 GAMS명령문과 함께 사용할 수 있는데 그 경우, 소문자로 입력함.

○ 모델의 entity에 부여하는 이름은 문자로 시작해야하고 숫자와 혼용할 수 있음.

○ GAMS entity는 선언단계와 할당단계로 이루어졌음. 선언단계(Declarat- ion)는 어떤 것(변수, 배열 등)이 존재함을 알리고 그 것에 변수명을 붙이는 것을 의미함.

- 할당 또는 선언단계는 변수나 배열 등에 특별한 값(value)이나, 형식(form : 논리)을 주는 것을 의미하며, 방정식(Equation)의 경우 선언부와 할당부분을 분리해서 작성해야 함.

5. GAMS 명령문의 구조

가. SETS

Sets는 GAMS모델의 기본적인 구조블럭이며, 모델의 대수학적 표현물(Algebraic representation)의 인덱스와 일치함.

- 이 명령문은 변수의 index를 기술함.

예제 :

SETS

I canning plants / SEATTLE, SAN-DIEGO /

J markets / NEW-YORK, CHICAGO, TOPEKA / ;

위의 예제와 같이 SET을 표현하기 위해 slash("/")를 사용함.
인덱스 값에서 빈칸을 허용하지 않음. 즉, "NEW YORK"는 사용할 수 없기 때문에 "NEW-YORK"로 표현하였음.

위의 예제에서 소문자로 된 단어들은 텍스트(text)라고 부르며, 이것은 옵션임. 이 텍스트는 내부 설명문(Internal documentation)이며, 한 라인을 넘길 수 없고 80문자를 초가할 수 없으며 GAMS의 예약어가 처음에 올 수 없음. 또한 특수 문자(=, ,, ;, /)를 포함할 수 있음.

어떤 SET에 연속적인 값을 할당할 때는 asterisk(*)를 사용함.

예제 : SET T time periods /1991*2000/ ;

SET의 구성요소(element)는 문자로 저장된다.

이전에 선언된 SET에 다른 이름을 부여할 때는 "ALIAS"를 사용함.
ALIAS는 같은 SET에 있는 구성요소사이의 상호작용과 관련 있는 모델에 유용한 기능임.

예제 : ALIAS (T,TP) ;

TP는 T와 같은 의미임.

나. DATA

GAMS모델에는 3가지 데이터 입력 형식(Lists, Tables, Direct assignment)이 있음.

1) Data Entry by Lists

이것은 PARAMETER명령문을 사용함.

예제 : PARAMETERS
A(I) capacity of plant i in cases
/ SEATTLE 350
SAN-DIEGO 600 /
B(J) demand at merket j in cases
/ NEW-YORK 325
CHCAGO 300
TOPEKA 275 / ;

위의 예제는 두 개의 Parameter가 선언되어 있으며, 파라미터의 이름은 A, B이고 각 파라미터의 도메인은 I와 J로 선언되었음. I와 J의 각 구성요소는 값이 할당되어 있음.

도메인이 없는 파라미터는 SCALAR명령문을 사용하여 선언함.

예제 : SCALAR F freight in dollars per case per thousand miles /90/ ;

2) Data Entry by Tables

예제 : TABLE D(I, J) distance in thousands of miles

	NEW-YORK	CHICAGO	TOPEKA
SEATTLE	2.5	1.7	1.8
SAN-DIEGO	2.5	1.8	1.4 ;

위의 예제는 파라미터 “D“를 선언하고 도메인 ”I”, ”J”의 구성요소

에 따라 값을 입력하였음.

테이블에 공란이 있으면 0(Zero)로 인식함.

3) Data Entry by Direct Assignment

예제 : PARAMETER C(I, J) transportation cost in dollars per case ;

C(I, J) = F * D(I, J) / 1000 ;

위의 예제에서 첫 번째 라인은 파라미터 C를 선언하는 문장이고, 두 번째 라인은 C(I, J)에 파라미터 F와 D(I, J)의 값을 이용한 결과값을 C(I, J)에 할당하는 것임.

특별한 도메인에만 값을 할당하는 방법은 따옴표(")안에 구성요소이름을 넣으면 가능함.

예제 : C("SEATTLE", "NEW-YORK") = 0.40 ;

다. VARIABLES

GAMS모델의 결정변수(decision variables)은 VARIABLES명령문에 선언되어야 함.

변수는 변수명이나 도메인 또는 텍스트(설명문)가 있어야 함.

```
예제 :  VARIABLES
          X(I, J)   shipment quantities in cases
          Z         total transportation costs in thousands of dollars ;
```

위에서 Z은 수량(scalar quantity)을 나타내는 변수이기 때문에 도메인이 없이 선언되었음. 모든 GAMS최적화 모델은 양을 초소화하거나

최대화하는데 사용하기 위해 도메인이 없는 변수를 포함해야 함.

라. EQUATIONS

GAMS와 같은 대수학적 모델링 언어의 강점은 등식과 부등식을 생성하는 것이 아주 간단하다는 것이며 이것은 등식이나 부등식 그룹은 항상 똑같은 대수적 구조를 가지기 때문임.

1) Equation Declaration

방정식은 선언부와 정의부가 분리되어야 함.

선언부에서 가장 먼저 EQUATIONS가 오고 이름, 도메인, 텍스트가 선언됨.

방정식선언부 예제 :

```
EQUATIONS
COST          define objective function
SUPPLY(I)     observe supply limit at plant I
DEMAND(J)     satisfy demand at market j ;
```

"EQUATION"은 등식(equality)나 부등식(inequality) 관계를 모두 포함하고 있음.

2) GAMS Summation (and Product) Notation

Equation 정의를 설명하기 전에 GAMS의 합계(summation)를 구하는 표기법을 먼저 살펴보자.

GAMS는 키보드를 이용하여 작업하도록 설계되었고 뿐만 아니라 입력값을 읽을 때 한 라인씩(line by line) 읽도록 설계되었기 때문에 합계를 구하기 위한 수학적인 표기법을 사용하는 것은 불가능함.

표기법 : SUM(index of summation, summand)

위의 두 argument(index of summation, summand)는 콤마(,)로 분리함. 두 번째 argument는 다른 summation을 포함하는 수학적 산술문이 올 수도 있음.

예제 : SUM(J, X(I,J))

위의 방정식은 $\sum_j X_{ij}$ 과 같음.

예제 : SUM((I, J), C(I, J)*X(I, J))

위의 방정식은 $\sum_i \sum_j C_{ij} X_{ij}$ 과 같다. 또한 다음과 같이 표현 할 수도 있음.

SUM(I, SUM(J, C(I, J)*X(I, J)))

Products도 summation과 같은 방법으로 사용하며 "SUM" 대신 "PROD"를 사용함.

예제 : PROD(J, X(I, J))

위의 방정식은 $\prod_j X_{ij}$ 과 같음.

summation과 product 연산자는 파라미터에서 바로 치환문으로 사용할 수 있음.

예제 : SCALAR TOTSUPPLY total supply over all plants ;

TOTSUPPLY = SUM(I, B(I)) ;

3) Equation Definition

수식정의부분이 GAMS에서 가장 복잡한 명령문이며, 수식정의(equation definition)는 다음과 같은 순서로 구성요소을 가짐.

① 정의할 수식 이름

② 도메인

③ 도메인 제한조건 - 이것은 옵션임

④ 심볼 " .. "

⑤ 왼쪽 표현식(수식의 왼편에 오는 표현식)

⑥ 관계연산자: =L=, =E=, =G=

⑦ 오른쪽 표현식(수식의 오른편에 오는 표현식)

예제 :
```
COST ..        Z =E= SUM( (I, J), C(I, J)*X(I, J) ) ;
SUPPLY(I) ..   SUM(J, X(I, J) )  =L= A(I)  ;
DEMAND(J) ..   SUM(I, X(I, J) ) =G= B(J)  ;
```

위의 예제를 보면

① 도메인을 조정하면 한 명령문을 가지고 다중 수식을 생성할 수 있는 강점이 있음.

위의 보기에서 DEMAND는 도메인 J를 가지며 세 개의 수식이 나오는 것을 알 수 있음.

```
DEMAND(NEW-YORK) .. X(SEATTLE, NEW-YORK) + X(SAN-DIEGO, NEW-YORK) =G= 325 ;
DEMAND(CHICAGO) .. X(SEATTLE, CHICAGO) + X(SAN-DIEGO, CHICAGO) =G= 300 ;
DEMAND(TOPEKA) .. X(SEATTLE, TOPEKA) + X(SAN-DIEGO, TOPEKA) =G= 275 ;
```

② 관계연산자는 다음의 의미를 가짐.

=L=	less than or equal to
=G=	greater than or equal to
=E=	equal to

심볼 "="은 direct assignment에서만 사용되고, 심볼 "=E="는 수식정

의문(equation definition)에서만 사용됨. "="과 "=E="은 다른 의미를 가짐.

"="은 solver를 부르기전에 파라미터에 원하는값(desired value)을 전달함.

"=E="은 원하는관계(desired relationship)을 표현함.

③ 변수(variables)는 수식의 왼쪽이나 오른쪽 또는 양쪽에 나올 수 있으며, 또한 똑같은 변수가 수식에 한번 이상 나올 수도 있음.

마. MODEL AND SOLVE STATEMENTS

MODEL은 간단히 말하면 EQUATION들의 집합체임. 모델도 모델명을 선언해야 함.

선언형식은 다음의 예제와 같음.

MODEL TRANSPORT /ALL/ ;

위에서 TRANSPORT는 모델이름이며 수식명 리스트는 슬래시(/)로 에워쌈. 앞에서 정의되었던 모든 수식을 포함하려면 "/ALL/"을 사용함. 도메인은 생략함.

예제 : MODEL TRANSPORT / COST, SUPPLY, DEMAND / ;

모델이 선언되고 수식이 치환되면 SOLVER를 콜(call)할 준비가 된 것으로써, 이것은 SOLVE명령문을 사용함.

선언형식은 다음의 예제와 같음.

SOLVE TRANSPORT USING LP MINIMIZING Z ;

SOLVE명령문의 형식은 다음과 같음.

① keyword "SOLVE"

② solve할 모델명

③ keyword "USING"

④ 사용할 solution procedure. 즉,

"LP" for linear programming

"NLP" for nonlinear programming

"MIP" for mixed integer programming

"RMIP" for relaxed mixed integer programming

⑤ keyword "MINIMIZIONG" 또는 "MAXIMIZING"

⑥ 최적화할 변수명

바. DISPLAY STATEMENTS

SOLVE명령문은 실행될 때 몇 가지 행위가 발생한다. 관심 있는 모델의 특정 실례를 만들고, 이러한 것을 SOLVER에게 입력하기 위한 적당한 데이터구조가 생성되면, solver는 이것을 실행시키고 solver의 결과물이 파일로 프린트됨.

GAMS의 결과를 보려면 output파일을 열어서 볼 수도 있고, "DISPLAY"명령문을 사용하면 화면에 뿌려줌.

DISPLAY X.L, X.M ;

사. THE ".LO, .L, .UP, .M" DATABASE

GAMS는 변수(variable)와 수식(equation)으로 이루어진 레코드들로 형성된 작은 데이터베이스시스템처럼 설계되었다. 각각의 레코드에는 4개의 필드가 있음.

.LO = lower bound

.L = level or primal value

.UP = upper bound

.M = marginal or dual value

1) Assinment of Variable Bounds and/or Initial Values

변수의 lower bound와 upper bound는 변수의 형식(FREE, NEGATIVE, BINARY, or INTEGER)에 따라서 자동으로 셋트되나 사용자가 bound값을 수정할 수도 있음.

예제 : X.UP(I, J) = CAPACITY(I, J) ;

X.LO(I, J) = 10.0 ;

X.UP("SEATTLE", "NEW-YORK") = 1.2 * CAPACITY("SEATTLE", "NEW-YORK") ;

위와 같은 명령문의 위치는 이것보다 앞에 있어야 하고 변수선언이 후에 오며 "SOLVE"명령문 앞에 위치함. 이러한 bound는 direct assignment(=)와 같은 수학산술표현식의 오른편에서도 이용할 수 있음.

특히 비선형프로그램에서 하부경계와 상부경계사이가 좁은 경우에 유용함.

2) Trnsformation and Display of Optimal Values

solver결과를 보려면 DISPLAY명령문을 사용함.

예제 : DISPLAY X.L X.M ;

아. GAMS OUTPUT

GAMS의 출력물은 6단계로 되어 있음.

- Echo Print
- Reference Maps
- Equation Listings
- Model Statistics

· Status Reports

· Solution Reports

1) Echo Print

GAMS를 실행하면 처음 나오는 출력물은 echo이며 이것은 입력된 프로그램을 그대로 보여줌.

echo에서 왼쪽편에는 라인번호가 나옴.

예제 :

```
 1  SET
 2
 3  S   state varibles
 4   /cn        consumption
 5     i        investment
 6     w1       wages of private workers
 7     y        income
 8     p        profits
 9     k        capital
10     w        total wages
11     e        private products
12     g        government total expenditure
13     /
14
15  c   control variables
16   /ssg       social security expenditure
17     tx       tax
18   /
19
20  Z   exogeneous variables
21   /cnst      constant
22     time     trend
23     w2       wages for government workers
24     nx       net export and statitical errors
25     nssg   non ss government expenditure
```

```
    /

T    time horizon
    / 1989, 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996  /
IT   iteration
    / 0*1  /
    ;
```

2) Error Messages

GAMS컴파일러는 입력프로그램에 있는 에러를 검색하여 에러코드를 echo print할 때 해당 라인에 찍어 주며, 이 메시지는 "****"로 시작하고 에러가 발생한 지점아래에 "$"를 표시함. "$"다음에 에러코드 번호를 찍음.

예제 :
```
1   SET   Q   QUARTERLY TIME PERIODS  /SPRING,  SUM,  FALL, WTR/ ;
****                                                  $160
```

에러코드번호에 관한 설명은 echo print의 밑쪽에 보여주고 있음.

예제 :
```
ERROR MESSAGE
  160     UNIQUE ELEMENT EXPECTED
```

3) Reference Maps

만일 입력프로그램에 에러가 있었다면 reference map은 마지막에 위치함.

이것은 수정(debug)과 문서화를 목적으로 입력프로그램을 요약하고 분석하는데 사용되고 있음.

reference map의 첫 번째는 cross-reference map으로서 이것은 알파벳 순으로 나오며 모델의 모든 entity(sets, parameters, variables, equation)들이 상호 참조한 리스트를 보여줌.

예제 :

SYMBOL	TYPE	REFERENCES						
C	SET	DECLARED	15	DEFINED	16	REF	39	
		CONTROL	40	118	167	183	193	
CNEQ	EQU	DECLARED	106	DEFINED	121	IMPL-ASN	190	
		REF	170					
EEQ	EQU	DECLARED	114	DEFINED	162	IMPL-ASN	190	
		REF	170					
GEQ	EQU	DECLARED	113	DEFINED	153	IMPL-ASN	190	
		REF	170					
IEQ	EQU	DECLARED	107	DEFINED	129	IMPL-ASN	190	
		REF	170					

reference map의 두 번째는 모델의 각 entity에 정의된 것들과 그것의 설명문(documentary text)를 보여주고 있음.

예제 : SETS

C	control variables
IT	iteration
S	state varibles
SP	Aliased with S
T	time horizon
Z	exogeneous variables

PARAMETERS

LAMS	
RU	solution values for control variables
RX	solution values for state variables
UDES	
UHST	historical values of control variables
WS	
XDES	

4) Equation Listings

입력프로그램이 에러없이 컴파일이 되면 GAMS는 모델을 생성할 수 있음.

Equation listing은 set와 parameter들의 현재 값들이 모델의 대수학적 형태로 될 때 생성됨.

예제 :

```
obj .. j =e= sum((t,s), 0.5*(x(t+2,s)-xdes(t+2,s))*ws(t+2,s)*(x(t+2,s)-xdes(t+2,s)))
        + sum((t,c),0.5*(u(t+2,c)-udes(t+2,c))*lams(t+2,c)*(u(t+2,c)-udes(t+2,c)));
```

위와 같은 equation이 있을 때 equation listing은 다음과 같은 형태로 보여준다.

```
---- OBJ          =E=  objectives
OBJ..  J + (0)*X(1991,CN) + (0)*X(1991,I) + (0)*X(1991,W1) + (0)*X(1991,Y)
       + (0)*X(1991,P) + (0)*X(1991,K) + (0)*X(1991,W) + (0)*X(1991,E)
       + (0)*X(1991,G) + (0)*X(1992,CN) + (0)*X(1992,I) + (0)*X(1992,W1)
       + (0)*X(1992,Y) + (0)*X(1992,P) + (0)*X(1992,K) + (0)*X(1992,W)
       + (0)*X(1992,E) + (0)*X(1992,G) + (0)*X(1993,CN) + (0)*X(1993,I)
       + (0)*X(1993,W1) + (0)*X(1993,Y) + (0)*X(1993,P) + (0)*X(1993,K)
       + (0)*X(1993,W) + (0)*X(1993,E) + (0)*X(1993,G) + (0)*X(1994,CN)
```

```
+ (0)*X(1994,I) + (0)*X(1994,W1) + (0)*X(1994,Y) + (0)*X(1994,P)
+ (0)*X(1994,K) + (0)*X(1994,W) + (0)*X(1994,E) + (0)*X(1994,G)
+ (0)*X(1995,CN) + (0)*X(1995,I) + (0)*X(1995,W1) + (0)*X(1995,Y)
+ (0)*X(1995,P) + (0)*X(1995,K) + (0)*X(1995,W) + (0)*X(1995,E)
+ (0)*X(1995,G) + (0)*X(1996,CN) + (0)*X(1996,I) + (0)*X(1996,W1)
+ (0)*X(1996,Y) + (0)*X(1996,P) + (0)*X(1996,K) + (0)*X(1996,W)
+ (0)*X(1996,E) + (0)*X(1996,G) + (0)*U(1991,SSG) + (0)*U(1991,TX)
+ (0)*U(1992,SSG) + (0)*U(1992,TX) + (0)*U(1993,SSG) + (0)*U(1993,TX)
+ (0)*U(1994,SSG) + (0)*U(1994,TX) + (0)*U(1995,SSG) + (0)*U(1995,TX)
+ (0)*U(1996,SSG) + (0)*U(1996,TX) =E= 0 ; (LHS = 0)
```

5) Model Statistics

Solver를 돌리기 전에 GAMS가 출력하는 마지막 단계는 모델의 크기에 대해서 보여준다.

예제 :

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS	10	SINGLE EQUATIONS	55
BLOCKS OF VARIABLES	3	SINGLE VARIABLES	74
NON ZERO ELEMENTS	271	NON LINEAR N-Z	66
DERIVATIVE POOL	70	CONSTANT POOL	139
CODE LENGTH	1191		

위에서 "BLOCK"은 일반 수식과 변수의 숫자이고 "SINGLE}은 생성된 특정 모델에 있는 행과 열의 숫자이다.

6) Status Reports

GAMS는 Solver실행 후에 "SOLVE SUMMARY"를 프린트한다.

예제 :

```
               S O L V E     S U M M A R Y

   MODEL    KLEIN                  OBJECTIVE  OBJ
   TYPE     NLP                    DIRECTION  MINIMIZE
   SOLVER   MINOS5                 FROM LINE  235

**** SOLVER STATUS       1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS        2 LOCALLY OPTIMAL
**** OBJECTIVE VALUE       113852703410.0000

 RESOURCE USAGE, LIMIT          0.934      1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT       133          5000
 EVALUATION ERRORS              0             0
```

7) Soultion Reports

solver 결과를 보여준다.

예제 :

```
---- EQU EQCN

          LOWER       LEVEL       UPPER     MARGINAL

82.CN  14534.960  14534.960  14534.960  -3441.803
83.CN  14534.960  14534.960  14534.960  -3556.362
84.CN  14534.960  14534.960  14534.960  -3619.355
```

85.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-3727.388
86.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-3867.889
87.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-4218.670
88.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-4661.826
89.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-5175.148
90.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-5567.707
91.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-5955.219
92.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-6078.917
93.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-6006.395
94.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-5837.158
95.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-5583.937
96.CN	14534.960	14534.960	14534.960	-5100.903

자. LOOP Statement

LOOP명령문은 병렬환이 힘들 때 사용하는 드문 명령문이며, 특히 순환적인 작업에 사용

예제1 :
```
SET T time periods /1985*1990/
PARAMETER POP(T) population at start of time period
        T /1985 3456/
        GROWTH(T) growth in period
        T /1985 25.3,  1986 27.3,  1987 26.2,  1988 27.1, 1989 26.6,  1990 26.6 / ;

LOOP(T, POP(T+1) = POP(T) + GROWTH(T) ) ;
```

예제1과 같이 누적합을 구하기 위해서 사용하기도 한다.

예제2 :

```
loop(it,
   ws(t, 'y') = 0.0;
   lams(t, c) = 1.0;
  solve klein using nlp minimizing obj;
  rx(it,t,s) = x.L(t,s);
  ru(it,t,c) = u.L(t,c);
   );
```

차. PUT STATEMENT

결과를 어떤 형식에 맞춰서 프린트할 때 PUT명령문을 사용함.
프린트 결과를 외부 파일로 출력시키기 위하여 "FILE"명령문을 사용함.

예제 :

```
file out /klein32.rpt/;
put out; out.nd=4; out.nw=16;

put s.te("cn"); put/;
loop(t,
    put t.tl; put xsim(t,"cn"); put rx(t,"cn"); put/;
    ); put/;
```

위의 예제를 실행시킨 결과는 다음과 같음.

consumption

1989	87375.1406	87375.1406
1990	96387.7031	96387.7031
1991	103970.6875	103855.4701
1992	112903.0547	113067.6706
1993	118110.7266	114531.0632
1994	127414.3750	124405.2790
1995	134603.7031	132779.3099
1996	145253.4219	146746.5127

참 고 문 헌

한국은행, 『통화공급의 동태적 최적화』, 1985

Amman, Hans M. and David A. Kendrick, 『The DUALI/DUALPC Software for Economic Control Models: User's Guide』, Center for Applied Research in Economics,The University of Texas, Austin, 1996

Aoki, Masano, 『Optimal Control and System Theory in Dynamic Economic Analysis』, North-Holland, Amsterdam, 1976

Ashley, Richard Arthur, "Postponed Linear Approximation in Stochastic Multiperiod Problems," Ph.D. Dissertation, University of California at San Diego, 1976

Athans, Michael, "The Discrete Time Linear-quadratic-Gaussian Stochastic Control Problem," Annals of Economic and Social Measurement, 1972

Brooke, Anthony, David Kendrick and Alexander Meeraus, 『GAMS: A User's Guide』, Boyd and Fraser, Danvers, MA, 1992

Chow, Gregory C., 『Analysis and Controls of Dynamic Systems』, John Wiley & Sons, New York, 1975

Fair, Ray C., 『A Model of Macroeconomic Activity』, Vol Ⅱ, Ballinger Publishing Company, Cambridge, Massachusetts, 1976

Friedman, Benjamin M., 『Economic Stabilization Policy: Methods in Optimization』, North-Holland, Amsterdam, 1975

Kendrick, David, 『Stochastic Control for Economic Models』, McGraw-Hill Inc., New York, 1981

Park, Hyung Jin, 『A Control Theory Analysis of Macroeconomic Policy Coordination by the US, Japan and Korea』, Ph.D Dissertation, The University of Texas at Austin, 1997

Pindyck, Robert S.,『Optimal Planning for Economic Stabilization』,North-Holland, Amsterdam, 1973

Pindyck, Robert S. and Steven M. Roberts, "Optimal Policies for Monetary Control", 『Annals of Eonomic and Social Measurements』, 1974

Roberts, Steven M. and Marvin S. Margolis, "Control of the Money Stock with a Reserve Aggregate,"『Journal of Money, Credit, and Banking』, 1976

Simon, H. A., "Dynamic Programming under Uncertainty with a Quadratic Criterion Function,"『Econometrica』, Vol.24, 1956

Theil, H., "A Note on Certainty Equivalence in Dynamic Programming,"『Econometrica』, Vol.25, 1957

Turnnovsky, Stephan J., 『Macroeconomic Analysis and Stabilization Policy』, Cambridge University Press, Cambridge, 1982

Turnnovsky, Stephan J. and J. D. Pitchford,『Applications of Control Theory to Economic Analysis』, North-Holland, Amsterdam, 1976